Aufgabenblatt 3 vom 3. 11.

Zur Besprechung in der Übung am 6. 11.

Ü3-1 Als Literaturhinweis wurde Terese zitiert (`http://www.cs.vu.nl/~tcs/trs/`). Nenne zwei weitere berühmte Mathematiker, die es gar nicht gibt (d.h., deren Name ein Pseudonym für eine Gruppe von Personen ist).

Ü3-2: Bestimme einen mgu von

$$\begin{aligned} s &= f(f(\ldots f(f(a, x_1), x_2), \ldots), x_n) \\ t &= f(x_n, f(\ldots, f(x_1, a) \ldots)) \end{aligned}$$

Ü3-3: Welche der folgenden Systeme sind konfluent?

$$f(f(x)) \to a \tag{1}$$
$$f(x, 0) \to x, f(x, s(y)) \to s(f(f(x, y), y)) \tag{2}$$
$$s(p(x)) \to x, p(s(x)) \to x \tag{3}$$
$$f(g(x), y) \to x, g(a) \to b \tag{4}$$
$$a(a(x)) \to a(b(a(x))) \tag{5}$$
$$\mathrm{or}(x, y) \to x, \mathrm{or}(x, y) \to y \tag{6}$$
$$a(x) \to a(b(x)), b(c(x)) \to b(x), a(c(x)) \to a(b(x)) \tag{7}$$

Ü3-4: In den Inferenzregeln zur Vervollständigung erscheint dreimal $\to_R$ (zweimal in *deduce*, einmal in *simplify*). Welche davon kann man durch $\to_R^+$ ersetzen?

Zur schriftlichen Korrektur, Abgabe bis 17. 11., Besprechung am 20. 11.

S3-1 Mit dieser Aufgabe soll Maxima als Problemlösungsumgebung eingesetzt werden. Wir wollen dazu die Frage studieren, ob es Fibonaccizahlen gibt, die mit vielen Neunen enden. Die Fibonaccizahlen sind bekanntlich durch die Rekursionsrelation

$$F_0 = 0,\ F_1 = 1, \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ für } n > 1$$

definiert.

a) Finden Sie die erste Fibonaccizahl, die auf 9 endet.

b) Finden Sie die erste Fibonaccizahl, die auf 99 endet.

c) Untersuchen Sie, ob es Fibonaccizahlen gibt, die auf 99999 enden. Überlegen Sie sich dazu einen geeigneten Ansatz, mit dem die auszuführenden Rechnungen überschaubar bleiben.

   Erläutern Sie diesen Ansatz und geben Sie alle $n < 10^6$ an, für die F_n auf 99999 endet.

d) Beweisen Sie, dass es Fibonaccizahlen gibt, die auf beliebig viele Neunen enden.

   Genauer: Zeigen Sie, dass es zu jedem $k \in \mathbb{N}$ eine Fibonaccizahl $F_{n(k)}$ gibt, die auf k Neunen endet.

Autotool-Aufgaben

$\boxed{\textbf{A3-1a}}$ Finde als Terminationsbeweis für das Regelsystem

$$R_p = \{P(Z, y) \to y, P(S(x), y) \to S(P(x, y))\}$$

eine kompatible wohlfundierte monotone Algebra (wfmA).

$\boxed{\textbf{A3-1b}}$ Finde als Terminationsbeweis für das Regelsystem

$$R_m = R_p \bigcup \{M(Z, y) \to Z, M(S(x), y) \to P(M(x, y), y)\}$$

eine kompatible wohlfundierte monotone Algebra (wfmA).

$\boxed{\textbf{A3-2}}$ Finde als Terminationsbeweis für das Regelsystem

$$R_{AD} = \{A(A(D, x), y) \to A(x, A(x, y))\}$$

eine kompatible wohlfundierte monotone Algebra (wfmA).

$\boxed{\textbf{A3-3a}}$ Komplettiere das Gleichungssystem $\{a(b(a(1))) \approx 1\}$ unter einer geeigneten Orientierungsordnung.

$\boxed{\textbf{A3-3b}}$ Komplettiere das Gleichungssystem $\left\{f^{(5)}(a) \approx a, f^{(3)}(a) \approx a\right\}$ unter einer geeigneten Orientierungsordnung.

$\boxed{\textbf{A3-3c}}$ Komplettiere das Gleichungssystem $\{f(a, a) \approx a, f(x, f(y, z)) \approx f(f(x, y), z)\}$ unter einer geeigneten Orientierungsordnung.

$\boxed{\textbf{A3-4}}$ Bestimme Terme t_1, t_2, so daß die gegebene Substitution ein allgemeinster Unifikator von t_1, t_2 ist.