Aufgabenblatt 4: Listenoperationen

Zur Erinnerung: A^* ist die Menge aller endlichen Folgen (d. h. Listen) mit Elementen aus A. Wir schreiben eine Listen als $[x_1, x_2, \ldots, x_n]$, die leere Liste ist $[]$. Mit $+\!\!+$ bezeichnen wir das Aneinanderhängen von Listen:

$$[x_1, \ldots, x_n] +\!\!+ [y_1, \ldots, y_m] = [x_1, \ldots, x_n, y_1, \ldots, y_m]$$

und mit rev das Spiegeln:

$$\mathsf{rev}[x_1, x_2, \ldots, x_n] = [x_n, x_{n-1}, \ldots, x_1]$$

Wir betrachten while-Programme, deren Variablen Werte aus A^* annehmen. Als Grundoperation haben wir $\mathsf{move}(x, y)$: Wenn *vor* der Operation x den Wert $[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ und y den Wert $[y_1, \ldots, y_m]$ haben, dann haben *nach* der Operation x den Wert $[x_2, \ldots, x_n]$ und y den Wert $[x_1, y_1, \ldots, y_m]$. Das heißt: das erste Element von x wird abgeschnitten und vor y geklebt. Mit `null (x)` können wir feststellen, ob die Liste x leer ist.

Betrachten Sie folgendes Programm mit Eingaben in x und y, Resultat in y.

```
     z := []
S:   while not (null (x))
        do  A:   move (x, z) od
B:   while not (null (z))
        do  C:   move (z, y) od
D:
```

Die Zeichen `Z:` sind Namen von Programmzuständen. Der Wert einer Variablen v im Zustand Z heißt v_Z.

41) Zeigen Sie (durch Induktion nach Anzahl der Schleifendurchläufe), daß für alle Programmausführungen gilt: $\mathsf{rev}(z_A) +\!\!+ x_A = x_S$.

42) Stellen Sie z_B durch x_S dar, und beweisen Sie das (mit 41).

43) Finden Sie eine Beschreibung (entsprechend 41) für z_C und y_C.

44) Stellen Sie y_D durch z_B und y_B dar.

45) Stellen Sie schließlich y_D durch x_S und y_S dar.

Welche Funktion berechnet also das Programm insgesamt?