Übungsserie 3 zu Automaten und formalen Sprachen — Uni Leipzig
abzugeben am 25. 11. vor der Vorlesung (autotool: bis 15 Uhr) — Inst. f. Informatik

1 - schriftlich) Beweisen Sie: für jeden Morphismus $h : \Sigma^* \to \Gamma^*$ sowie alle Sprachen $A \subseteq \Sigma^*$ und $B \subseteq \Sigma^*$ gilt:

$$\text{(a) } h(A \cap B) \subseteq h(A) \cap h(B), \quad \text{(b) } A \subseteq h^{-1}(h(A)), \quad \text{(c) } A \subseteq (A/B) \cdot B,$$

sowie geben Sie jeweils ein Beispiel an, für das die Inklusionen echt sind (D. h.: Sprachen A, B, einen Morphismus h und ein Wort w, das rechts, aber nicht links vorkommt.)

Die autotool-Aufgaben sind *personalisiert*. Sie erfahren Ihre Aufgabenstellung, wenn Sie zunächst irgendeine syntaktisch korrekte Lösung einsenden.

2. (autotool: ANA) Bestimmen Sie nach dem Analyse-Verfahren aus der Vorlesung einen regulären Ausdruck $T^k_{i,j}$ für einen Automaten A.

3. (autotool: DER) Bestimmen Sie nach dem Synthese-Verfahren (Derivatenbildung) aus der Vorlesung einen regulären Ausdruck für das Derivat $D_w(L)$ für eine Sprache L und ein Wort w.

4. (autotool: PR.) Untersuchen Sie, ob die Pump-Eigenschaft aus dem Pumping-Lemma für die folgenden Sprachen gilt:

PR1 die Menge $D \subseteq \{0, 1, \ldots, 9\}^*$ der Dezimaldarstellungen von Vielfachen von Drei,

PR2 die Menge $Q \subseteq \{0, 1, \ldots, 9\}^*$ der Dezimaldarstellungen von Quadratzahlen,

PR3 die Menge $T = \{a^x b^y c^z \mid x, y, z \in \mathbb{N}, x = 0 \text{ oder } y = z\}$.

Zusatz-Aufgaben (autotool: `CHR:Star_Height,Extended_Star_Height`)

Die *Sternhöhe* eines regulären Ausdrucks ist die maximale Schachtel-Tiefe von Stern-Operatoren. (Beispiel: der Ausdruck $a(aa\ a^*)^*$ hat Sternhöhe 2.)

Die Sternhöhe einer regulären Sprache L ist die kleinste Sternhöhe eines regulären Ausdrucks für L.

Beispiel: Die Sternhöhe der Sprache $L = a(aa\ a^*)^*$ ist eins, denn $L = a \cup aaa\ a^*$.

Bestimmen Sie die Sternhöhe der Sprache $(a\ b^*\ a)^*$.

Ein *erweiterter* regulärer Ausdruck darf zusätzlich zu $\cup, \cdot, ^*$ noch die Konstante Σ^* sowie die Operatoren $\setminus$ (Mengen-Differenz) und $\cap$ (Durchschnitt) enthalten.

Die Sternhöhe eines erweiterten regulären Ausdrucks ist wieder die maximale Schachteltiefe von Sternen, wobei der Stern in Σ^* *nicht* mitzählt.

Beispiel: Die erweiterte Sternhöhe von $L = (ab)^*$ ist 0, denn $L = \epsilon \cup a\Sigma^*b \setminus \Sigma^*(aa \cup bb)\Sigma^*$.

Bestimmen Sie die erweiterte Sternhöhe der Sprache $(10101)^*$.

Benutzen Sie das autotool/challenger-System, um diese Aufgaben zu lösen sowie weitere ähnliche zu stellen!