Aufgaben zu kontextfreien Sprachen

Termin: Mittwoch, 9. Januar. 02, 13 Uhr

Untersuchen Sie, ob die folgenden Sprachen die Pumping-Eigenschaft

$$\exists n : \forall w \in L : |w| \geq n \rightarrow \exists u, v, x, y, z \in \Sigma^* :$$
$$uvxyz = w \wedge 0 < |vy| \wedge |vxy| \leq n \wedge \forall i \geq 0 : uv^ixy^iz \in L$$

besitzen. Siehe auch `http://www.informatik.uni-leipzig.de/~autotool/doc/pump.html` und `http://www.informatik.uni-leipzig.de/~autotool/ws01/tips/`

PUMP0: Sprache K von Lukasiewicz (siehe vorige Übungsserie 4) — 1 P.

PUMP1a: $\{w : w \in \{a,b\}^*, |w|_a \leq |w|_b\}$ — 1 P.

PUMP1b: $\{w : w \in \{a,b,c\}^*, |w|_a \leq |w|_b \leq |w|_c\}$ — 1 P.

PUMP2a: $\{ww : w \in \{0,1\}^*\}$, — 1 P.

PUMP2b: $\{0,1\}^* \setminus \{ww : w \in \{0,1\}^*\}$. — 1 P.

autotool, ohne Wertung (aber mit Highscores)

PUMP3pro: $\{a^ib^jc^k : i \neq j \wedge j \neq k \wedge k \neq i\}$.

PUMP4pro: Sprache aller primitiven Wörter über $\{0,1\}$,
das heißt $\{w \ : \ \neg\exists u \in \{0,1\}^*, k > 1 : w = u^k\}$

schriftlich, mit Wertung:

Beweisen Sie, daß die Sprache $\{w : w \in \{a,b,c\}^*, |w|_a \leq |w|_b \leq |w|_c\}$ nicht kontextfrei ist. — 5 P.

Sie können gern mit autotool probieren (PUMP1b/PUMP1bpro), aber gewertet wird hier nur eine vollständig ausformulierte und begründete Lösung.

Bastelaufgaben zur Weihnachtszeit:

ONE) Finden Sie eine kontextfreie Grammatik für die Sprache $R^*(w)$ aller Wörter, die sich durch wiederholte Anwendung der Regel

$$R = (ba \rightarrow aabb)$$

aus dem Startwort $w = ababa$ erzeugen lassen.

ONEpro) Finden Sie ein Wort-Ersetzungs-System R mit genau einer Regel und ein Wort w, für das die Sprache $R^*(w)$ nicht kontextfrei ist.

Hinweis: Für Zwei-Regel-Systeme gibt es solche Beispiele: Für $R = \{a \rightarrow aabc, cb \rightarrow bc\}$ und $L = R^*(abc)$ ist $L \cap a^*b^*c^* = \{a^nb^nc^n : n > 0\} \notin \mathsf{CF}$, also auch $L \notin \mathsf{CF}$.

Am Mittwoch, dem 19. Dezember: *Weihnachtsvorlesung*