Automaten und Formale Sprachen
Wintersemester 2000/2001

Universität Leipzig
Institut für Informatik

Aufgabenblatt IX

91) Klaus hat zu Weihnachten eine kontextfreie Grammatik in Chomsky–Normalform geschenkt bekommen, und ist mächtig stolz darauf. Er sagt: „Das Alphabet besteht zwar nur aus zwei Zeichen, aber die Grammatik hat fünf Metazeichen ... “

a) „... und 140 Regeln!“ Barbara sagt: “Du Angeber! Das kann ja gar nicht sein. In einer solchen Grammatik gibt es ja nur Regeln der Form ... oder ..., und von der ersten Sorte höchstens ... Stück, von der zweiten höchstens ..., also zusammen höchstens ... “

b) Petra fragt Klaus, ob ihre Lieblingswörter in seiner Grammatik ableitbar sind. Klaus betrachtet diese und versetzt: „Nein, die sind zu klein. Das kürzeste in meiner Grammatik ableitbare Wort w hat die Länge 35!“. Schade, denkt Petra; stellt sich jedoch dann einen Ableitungsbaum für w vor: „Der Baum hat 35 Blätter, also wenigstens die Höhe ... Deswegen gibt es einen Pfad von der Wurzel zu einem Blatt, auf dem ... Dann kann man aber dort ..., und erhält ein kürzeres Wort, das ebenfalls mit der Grammatik ableitbar ist. Also hat Klaus wieder einmal geschwindelt!“

92) Gegeben sind die Sprachen über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$

$$A = \{w \mid w \in \Sigma^* \wedge l_0(w) = l_1(w)\}, \quad B = \{w\tilde{w} \mid w \in \Sigma^*\},$$
$$C = (01)^*,\ D = (0101)^*,\ L = \{\epsilon\},\ M = \emptyset,\ N = (0+1)^*,$$

(dabei ist $\tilde{w}$ das Spiegelwort von w). Finden Sie alle Teilmengen–Relationen, die zwischen diesen Mengen gelten.

Gegeben sind weiter die Homomorphismen f, g und die Substitution h mit

$$f : 0 \mapsto 01, 1 \mapsto \epsilon, \quad g : 0 \mapsto 010, 1 \mapsto 1, \quad h : 0 \mapsto 0^*, 1 \mapsto 1$$

Bestimmen Sie die Sprachen:

$$h(C), A^*, B \setminus A, g^{-1}(A), B \cap C, f(B), N \cdot B, f(f(C))$$

Hinweis. Jedes Ergebnis ist eine der Sprachen $A, \ldots$. Zum Beispiel: $f(A) = C$.

93) Eine nichtdeterministische Turingmaschine soll die Menge aller Unärdarstellungen von Nicht–Primzahlen größer als 1, also

$$\{IIII, IIIIII, I^8, I^9, I^{10}, I^{12}, \ldots\}$$

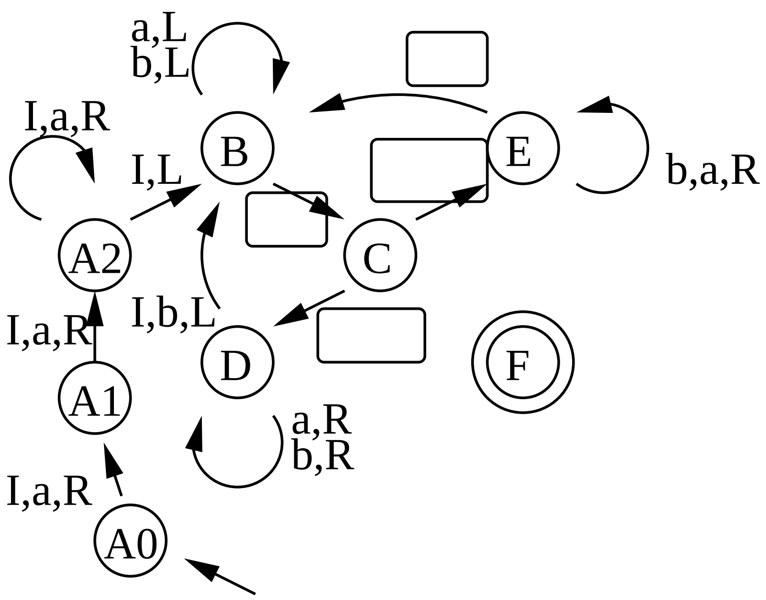
akzeptieren.

Die Maschine ersetzt, von links beginnend, Buchstaben I durch a, und entscheidet sich dann nichtdeterministisch, zu prüfen, ob die Anzahl der noch dastehenden I ein Vielfaches der bis jetzt geschriebenen a ist.

Hier rät die Maschine die Zahl Drei und verifiziert dann, daß sie ein Teiler von Neun ist:

```
Eingabe:                          # I I I I I I I I I
einige I durch a ersetzen:        # a a a I I I I I I
den a-Block kopieren:             # # a a b I I I I I
                                  # # # a b b I I I I
                                  # # # # b b b I I I
alle b durch a ersetzen:          # # # # a a a I I I
den a-Block kopieren:             # # # # # # # b b b
akzeptieren
```

Vervollständigen Sie die Übergangsfunktion der Maschine, und zeichnen Sie einen passenden Übergang in den akzeptierenden Zustand F ein. Welche Konfigurationen stehen in den Blättern des Berechnungsbaumes bei a) Eingabe IIII, b) Eingabe IIIII ?



Korrektur mit `autotool`, siehe `http://www.informatik.uni-leipzig.de/~joe/edu/ws00/auspra/autotool/turing.html`