Automaten und Formale Sprachen
Wintersemester 2000/2001

Universität Leipzig
Institut für Informatik

Aufgabenblatt IVb: Pumping

Die folgende Aufgaben verdeutlichen, daß der Implikationspfeil im Pumping–Lemma

L ist regulär $\rightarrow$ jedes lange Wort $w \in L$ besitzt eine bestimmte Zerlegung

nicht umkehrbar ist.

8.) Wir untersuchen die Sprache

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i = 0 \vee j = k\}.$$

Zeigen Sie: es gibt eine Zahl n, so daß jedes Wort $w \in L$ mit $|w| \geq n$ eine Zerlegung $w = xyz$ mit $|y| \geq 1, |xy| \leq n$ sowie

$$\forall l \geq 0 : xy^l z \in L$$

besitzt. Hinweis: $n = 1$.

9.) Betrachten wir jetzt die gespiegelte Sprache $\overline{L} = \{\overline{w} \mid w \in L\}$.

Beweisen Sie: für jedes n gibt es ein Wort $w \in \overline{L}$ mit $|w| \geq n$, das *keine* solche Zerlegung besitzt.

(Damit ist $\overline{L}$ nicht regulär, also auch L nicht.)

10.) Zeigen Sie: Für die Sprache

$$N = \{a^i b^j c^k \mid i \neq j \wedge j \neq k \wedge k \neq i\}$$

gibt es eine Zahl n, so daß jedes $w \in N$ mit $|w| \geq n$ eine Zerlegung $w = pqrst$ mit $|qs| \geq 1$, $|qrs| \leq n$ sowie

$$\forall l \geq 0 : pq^l rs^l t \in L$$

besitzt. Hinweis: zum Beispiel $n = 6$, und bei allen Zerlegungen ist $qrs \in a^* \cup b^* \cup c^*$, enthält also nur gleiche Buchstaben. Benutzen Sie $i < j < k$. Das ist dann keine Beschränkung der Allgemeinheit.

(Trotzdem ist N nicht kontextfrei. Der Beweis erfordert jedoch das hier nicht behandelte Lemma von Ogden, das ist eine spezielle Verschärfung des Pumping–Lemmas.)