Aufgabenblatt 8

Das Symbol $=$ (bzw. $\neq$) bedeutet hier **immer** die tatsächliche Gleichheit (bzw. Ungleicheit) im Universum.

---

81) Betrachten Sie die **Signatur** mit dem Funktionssymbol $\circ$ (zweistellig) und dem Relationssymbol $\leq$ (zweistellig), sowie die dazu passenden **Algebren**

Alg.	Univ.	$\circ$	$\leq$
A_1	$\mathbb{N}$	Multiplikation	ist Teiler von
A_2	$\mathbb{N}$	max	das übliche $\leq$
A_3	$\mathbb{R} \to \mathbb{R}$	punktweise Addition	$f \leq g := \forall x : f(x) \leq g(x)$

und die **Ausdrücke**

$$\begin{aligned}
F_1 &:= x \leq y \wedge x \leq z \to x \leq (y \circ z) \\
F_2 &:= \forall x : x \circ y = x \\
F_3 &:= x \leq z \wedge y \leq z \to (x \circ y) \leq z \\
F_4 &:= x \leq y \vee x = y \vee y \leq x
\end{aligned}$$

Geben Sie für jedes i und k an, ob F_i in A_k
a) **erfüllbar**, b) **wahr** ist. (6 Punkte)

---

82) Hat die Formelmenge

$$\forall x, y : A(x, y) \leftrightarrow A(y, x)$$
$$\neg \exists x, y, z : x \neq y \wedge y \neq z \wedge z \neq x \wedge A(x, y) \wedge A(y, z) \wedge A(z, x)$$
$$\neg \exists x, y, z : x \neq y \wedge y \neq z \wedge z \neq x \wedge \neg A(x, y) \wedge \neg A(y, z) \wedge \neg A(z, x)$$

Modelle **der Größe 5**? (2 Punkte) **der Größe 6**? (3 Punkte)

---

83) Schreiben Sie: *es ist nicht alles Gold, was glänzt.* (1 Punkt)