Aufgabenblatt 2

21.) Zeigen Sie für alle $H \in \underline{\mathsf{Aus}}, p \in \underline{\mathsf{Var}}$ und Belegungen b:

Für die Belegung c, die definiert ist durch

$$c(q) = \text{ wenn } q = p, \text{ dann } \mathsf{Wert}(H, b), \text{ sonst } b(q),$$

gilt für alle Formeln $G \in \underline{\mathsf{Aus}}$:

$$\mathsf{Wert}(G[p/H], b) = \mathsf{Wert}(G, c)$$

Geben Sie zunächst ein Beispiel an. (1 Punkt)

Benutzen Sie dann Induktion über den Rang von G. (3 Punkte)

22.) Finden Sie eine unerfüllbare Menge von fünf Ausdrücken, für die jede vierelementige Teilmenge erfüllbar ist. Geben Sie die erfüllenden Belegungen für die Teilmengen an. (2 Punkte)

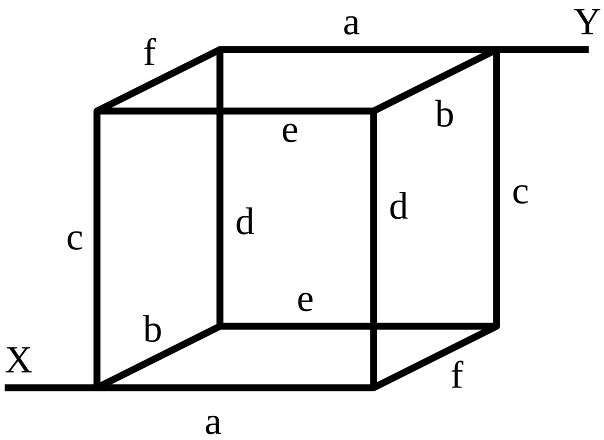
23.) Zeigen Sie: für alle $E, G \in \underline{\mathsf{Aus}}$ mit $\mathsf{ag}(E \to G)$ und $\underline{\mathsf{Var}}(E) \cap \underline{\mathsf{Var}}(G) \neq \emptyset$ existiert ein $H \in \underline{\mathsf{Aus}}$ mit

$$\underline{\mathsf{Var}}(H) \subseteq \underline{\mathsf{Var}}(E) \cap \underline{\mathsf{Var}}(G) \text{ und sowohl } \mathsf{ag}(E \to H) \text{ als auch } \mathsf{ag}(H \to G)$$

Geben Sie zunächst ein Beispiel an. (1 Punkt)

Führen Sie dann den Beweis. (3 Punkte)

25.) Im gezeichneten Würfel sind a, b, c Arbeitskontakte und d, e, f Ruhekontakte. Dann ist die Verbindung von X nach Y eine Boolesche Funktion der Variablen a, b, c, d, e, f. Finden Sie deren alternative Normalform.



(2 Punkte)