Aufgabenblatt 12

Für PDL gelten die üblichen Axiome der Aussagenlogik und

1. $\langle p\rangle A \wedge [p]B \;\rightarrow\; \langle p\rangle(A \wedge B)$
2. $\langle p\rangle(A \vee B) \;\leftrightarrow\; \langle p\rangle A \vee \langle p\rangle B$
3. $\langle p \cup q\rangle A \;\leftrightarrow\; \langle p\rangle A \vee \langle q\rangle A$
4. $\langle p; q\rangle A \;\leftrightarrow\; \langle p\rangle\langle q\rangle A$
5. $\langle A?\rangle B \;\leftrightarrow\; A \wedge B$
6. $A \vee \langle p\rangle\langle p^*\rangle A \;\rightarrow\; \langle p^*\rangle A$
7. $\langle p^*\rangle A \;\rightarrow\; (A \vee \langle p^*\rangle(\neg A \wedge \langle p\rangle A))$

sowie die Schlußregeln

$$\text{modus ponens}: \frac{A, A \rightarrow B}{B}, \quad \text{modale Generalisierung}: \frac{A}{[p]A}$$

Wie früher ist $[p]A \;=_{\text{def}}\; \neg\langle p\rangle\neg A$.

Leiten Sie daraus ab: (2+4 Punkte)

122) $[A?]B \;\leftrightarrow\; (A \rightarrow B)$ 123) $\langle p\rangle(A \wedge B) \;\rightarrow\; \langle p\rangle A \wedge \langle p\rangle B$

Rein aussagenlogische Schlüsse müssen dabei nicht auf Axiome zurückgeführt werden. *Vorsicht:* $([p]A, A \leftrightarrow B) \vdash [p]B$ ist rein aussagenlogisch (wir ersetzen Gleiches durch Gleiches), aber $([p]A, A \rightarrow B) \vdash [p]B$ und ähnliches *nicht*!

---

124) Zeigen Sie, daß die Schlußregel $\dfrac{A \rightarrow [p]A}{A \rightarrow [p^*]A}$ korrekt ist (d. h.: aus den beiden anderen Schlußregeln folgt). (3 Punkte)

Schreiben Sie „die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist stetig“ als prädikatenlogische Aussage A. Wählen Sie eine passende Signatur.

125) Geben Sie eine pränexe Normalform von A an. (1 Punkt)

126) Geben Sie eine $\forall$- und eine $\exists$-Skolemform von A an. (2 Punkte)