Blatt 11: Dynamische Aussagenlogik (PDL)

Wir beschreiben Eigenschaften von Programmzuständen durch logische Ausdrücke. Beispiel: $\langle x := 5; y := x\rangle(y > 0)$.

Wenn p, q Programme sind und A, B Ausdrücke, dann sind *Ausdrücke*:

- $\neg A$ sowie $A \circ B$ für $\circ \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$
- $\langle p\rangle A$ (es ist möglich, p auszuführen, und danach gilt A)

und dann sind *Programme*:

- $p; q$ (führe erst p, dann q aus)
- $p \cup q$ (wähle nichtdeterministisch p oder q)
- p^* (führe p beliebig, aber endlich oft aus)
- $A?$ (wenn A wahr ist, setze fort; ansonsten „stürze ab“)

Das heißt: $\mathsf{True}?$ ist das leere (ausführbare, aber wirkungslose) Programm, es gilt für alle A, daß $A \leftrightarrow \langle\mathsf{True}?\rangle A$. Hingegen ist $\mathsf{False}?$ nicht ausführbar (es wird kein Folgezustand erreicht), also gilt für kein A, daß $\langle\mathsf{False}?\rangle A$.

Wir definieren

- $[p]A =_{\text{def}} \neg(\langle p\rangle\neg A)$ (falls p ausführbar ist, gilt hinterher A)
- $\{A\}p\{B\} =_{\text{def}} A \rightarrow [p]B$
  (falls A gilt und p ausführbar ist, gilt danach B)

Andere wünschenswerte Konstrukte sind ebenfalls definierbar:

- **if** A **then** p **else** q $=_{\text{def}}$ $A?; p \cup \neg A?; q$
- **while** A **do** p $=_{\text{def}}$ $(A?; p)^*; \neg A?$

---

111) Definieren Sie **repeat** p **until** A
(nur aus Grundoperationen, ohne Benutzung von **while** oder **if**). (3 Punkte)

Zeigen Sie

112) $[p^*]A \rightarrow A \wedge [p][p^*]A$ (4 Punkte)
113) $\langle p\rangle(A \wedge B) \rightarrow \langle p\rangle A \wedge \langle p\rangle B$ (2 Punkte)

114) und daß die Umkehrung der letzten Aussage *nicht* gilt. (3 Punkte)