Aufgaben zu Baumautomaten

11) Schreiben Sie Definitionen für $t[p]$ und $t[p \mapsto s]$. Beginnen Sie so:

$$t[\epsilon] = t; \quad f(t_1, \ldots, t_k)[i \cdot p] = \ldots$$

12) Der Automat $A = (\Sigma, Q, Q_F, \Delta)$ hat Signatur $\Sigma = \{f, a, b\}$ mit f zweistellig und a, b nullstellig, Zustandsmenge $Q = \{0, 1\}$, akzeptierende Zustände $Q_F = \{0\}$ und Übergangsrelation Δ gegeben durch

$$\begin{aligned} a \to 1, b \to 0 \\ f(0,0) \to 0, f(1,1) \to 0, f(0,1) \to 1, f(1,0) \to 1 \end{aligned}$$

Beweisen Sie: $\mathsf{Lang}(A)$ ist die Menge aller Bäume mit einer geraden Anzahl von Blättern a.

Schreiben Sie diese Menge G zunächst formal auf. Führen Sie dann den Beweis. Er hat zwei Teile: $\mathsf{Lang}(A) \subseteq G$ und $G \subseteq \mathsf{Lang}(A)$.

13) In der gleichen Signatur wie eben, betrachten Sie die Sprache

$$N = \{t \mid \neg \exists x, y \in \mathsf{Tree}(\Sigma) : f(x, f(a, y)) \trianglelefteq t\}$$

Zeigen Sie, daß N regulär ist, indem Sie einen Automaten für N finden.

14) Berechnen Sie N mit folgendem `RX`-Programm:

```
arity 2 F
arity 0 A,B
any = grammar q { q -> A, q -> B, q -> f q q }
redex = grammar r { r -> f any (f A any) }
contains_redex =
  grammar c { c -> redex , c -> f any c , c -> f c any }
n = any \\ contains_redex
```

Verstehen Sie zunächst das Programm, und führen Sie es dann aus.
(`http://www.informatik.uni-leipzig.de/~joe/rx/online.html`)