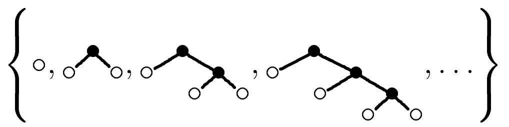
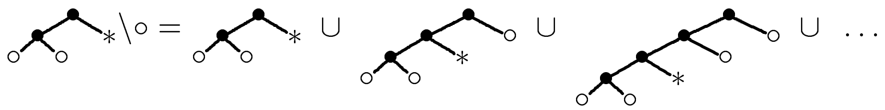
Aufgaben zu Baumautomaten 11. 5. 99

Wir definieren eine Menge REX von regulären Ausdrücken und eine Interpretation val in die Menge $2^{\mathsf{Tree}\ \Sigma}$ für die Signatur $\Sigma = \{\wedge, \circ\}$ (ein binäres Symbol, ein Blattsymbol).

1. $\circ \in \mathsf{REX}$ und $\mathsf{val}\ \circ = \{\circ\}$
2. $* \in \mathsf{REX}$ und $\mathsf{val}\ * = \mathsf{Tree}\ \Sigma$ (alle Bäume)
3. $\emptyset \in \mathsf{REX}$ und $\mathsf{val}\ \emptyset = \emptyset$ (leere Menge)
4. Wenn $A \in \mathsf{REX}$ und $B \in \mathsf{REX}$, dann $A \wedge B \in \mathsf{REX}$
   und $\mathsf{val}\ A \wedge B = \{X \wedge Y \mid X \in \mathsf{val}\ A \text{ and } Y \in \mathsf{val}\ B\}$
5. Wenn $A \in \mathsf{REX}$ und $B \in \mathsf{REX}$, dann $A \cup B \in \mathsf{REX}$
   und $\mathsf{val}\ (A \cup B) = \{X \mid X \in \mathsf{val}\ A \cup \mathsf{val}\ B\}$
6. Wenn $A \in \mathsf{REX}$ und $B \in \mathsf{REX}$, dann $A/B \in \mathsf{REX}$,
   wobei $\mathsf{val}\ A/B$ die reguläre Sprache M ist mit $M = A \wedge M \cup B$
7. Wenn $A \in \mathsf{REX}$ und $B \in \mathsf{REX}$, dann $A \backslash B \in \mathsf{REX}$,
   wobei $\mathsf{val}\ A \backslash B$ die reguläre Sprache M ist mit $M = A \cup M \wedge B$

Das ist nur eine Teilmenge von dem, was wir uns sonst unter regulären Ausdrücken vorstellen (wir haben hier nicht beliebige Schleifen (Stern-Operationen), sondern nur ganz kurze).

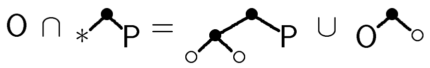
Beispiele:

1. $\mathsf{P} = \circ/\circ =$ 
2. $\mathsf{O} =$ 

Gefragt ist nach den Abschlußeigenschaften von REX. Offensichtlich ist REX abgeschlossen unter Vereinigung.

Mit ein bißchen Draufgucken ist REX auch abgeschlossen gegen Durchschnitt: Für alle $A \in$ REX, $B \in$ REX gibt es ein $C \in$ REX mit val $C =$ val $A \cap$ val B.

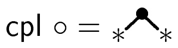
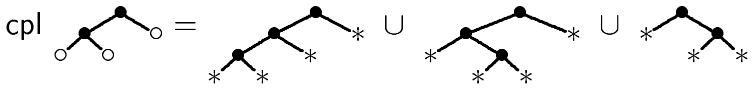
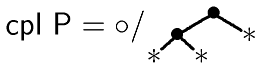
Beispiele:

1. O $\cap$ P $= \emptyset$
2. 

Wie steht es mit Komplement? Ich glaube (aus allgemeineren Gründen) nicht, daß REX abgeschlossen ist unter Komplement.

Aber die folgende Teilklasse REX$'$ könnte es sein: Wir erlauben die Operationen A/B und $A\backslash B$ nur für den Fall $\circ/B$ bzw. $A\backslash\circ$. (O und P haben diese Form).

Beispiele:

1. 
2. 
3. 

Aufgabe:

1. cpl O
2. ein Algorithmus, der beliebige Komplemente ausrechnen kann

Hinweis: Das Programm RX könnte man zum Rechnen benutzen. Die Schwierigkeit ist: RX gibt immer einen deterministischen Automaten aus, und diesem sieht man nicht an, ob er einen äquivalenten Ausdruck in REX$'$ hat.

Also weiter Aufgabe: einen Algorithmus, der entscheidet, ob ein gegebener Automat in REX oder REX$'$ darstellbar ist.