Übungen zur Vorlesung Logik (Grundkurs)

Abgabe am Mittwoch, dem 6. 5. 98,
fünf Minuten *vor* der Vorlesung

2.1 Eine Bewertung $b : Fm(Ak) \to \{0.1\}$ ist eine Abbildung mit folgenden Eigenschaften:

$$\begin{aligned} b(A \wedge B) &= b(A) \cap b(B) \\ b(A \vee B) &= b(A) \cup b(B) \\ b(\neg A) &= \setminus b(A) \end{aligned}$$

Zeigen Sie durch Induktion über den Formelaufbau:

Sind b_1, b_2 Bewertungen, so daß für alle Variablen $p \in V$ gilt: $b_1(p) = b_2(p)$, dann folgt $b_1 = b_2$. (Eine Belegung bestimmt eine Bewertung eindeutig.)

2.2 Man zeige, daß

$$\models \bigvee_{i \leq n} A_i \to \bigwedge_{i \leq m} B_j$$

genau dann, wenn für alle $i \leq n, j \leq m$ gilt: $A_i \to B_j$.

2.3 Eine Substitution σ ist eine Abbildung, die jeder Variablen $p \in V$ eine Formel $\sigma(p) \in Fm(Ak)$ zuordnet, wobei σ fast überall (d. h. bis auf endlich viele Ausnahmen) identisch ist.

Man zeige, daß die Menge Ag der logisch gültigen Formeln abgeschlossen ist gegenüber Substitutionen. Das heißt, es gilt:

$$F \in Ag \Rightarrow \sigma(F) \in Ag$$

2.4 Man beweise, daß zu jeder Formel A eine äquivalente Formel B exisitert, die nur die Funktoren $\to$ und $\neg$ enthält.