Übungen zur Vorlesung Logik (Grundkurs)

Abgabe am Mittwoch, dem 24. 6. 98,
fünf Minuten *vor* der Vorlesung.

12.1 Transformieren Sie

$$\forall x \exists y P(x, f(y)) \wedge \forall y (Q(x, y) \vee R(x))$$

in eine Formel, in der keine Variable gebunden und frei vorkommt und alle quantifizierten Variablen verschieden sind.

12.2 Finden Sie die Pränexform von

$$\forall x \exists y P(x, g(y, f(x))) \vee Q(z) \vee \neg \forall x R(x, y)$$

11.3 Welche der Strukturen sind Modelle für

$$\exists x \exists y \exists z (P(x, y) \wedge P(z, y) \wedge P(x, z) \wedge \neg P(z, x)) \quad ?$$

1. $U^A = \mathbb{N}, P^A = \{(m, m+1) \mid m \in \mathbb{N}\}$
2. $U^A = \mathbb{N}, P^A = \{(m, n) \mid m, n \in \mathbb{N}, m < n\}$
3. $U^A = 2^{\mathbb{N}}, P^A = \{(A, B) \mid A, B \in 2^{\mathbb{N}}, A \subseteq B\}$

10.1 Zeigen Sie, daß in jedem normalen Modell gilt

- $A[x/t] \leftrightarrow \forall x (x = t \rightarrow A(x))$
- $A[x/t] \leftrightarrow \exists x (x = t \wedge A(x))$,

wobei $x \notin \mathrm{Var}(t)$ und keine der in t vorkommenden Variablen in A gebunden ist. Zeigen Sie durch ein (Gegen-)Beispiel, daß die Forderung nach Normalität wesentlich ist.