Übungen zur Vorlesung Logik (Grundkurs)

Abgabe am Mittwoch, dem 17. 6. 98,
fünf Minuten *vor* der Vorlesung.

9.1 Man zeige, daß folgende Formeln allgemeingültig sind:

(a) $\forall x A(x) \rightarrow A[x/t]$

(b) $A[x/t] \rightarrow \exists x A(x)$

Dabei ist t ein Term, dessen Variablen an der Stelle x in A nicht gebunden sind; und $A[x/t]$ ergibt sich aus A, in dem alle Vorkommen der Variablen x durch t ersetzt werden.

Zeigen Sie an einem Beispiel, daß die an t gestellte Bedingung notwendig ist.

10.4 Konstruieren Sie ein unendliches Modell für die Menge

$$Ax^*(Id) \cup \{\exists x \exists y(\neg x = y \wedge \forall z(z = x \vee z = y))\}$$

Zeigen Sie, daß jedes normale Modell genau zwei Elemente hat.

11.1 Finden Sie ein dreielementiges Modell für T_1 sowie ein Modell für T_2:

$$\begin{aligned} T_1 &= \{\forall x \forall y(R(x,y) \rightarrow \neg R(y,x)), \forall x \exists y R(x,y)\} \\ T_2 &= T_1 \cup \{\forall x \forall y(R(x,y) \rightarrow \exists z(R(x,z) \vee R(z,y)))\} \end{aligned}$$

11.2 Σ enthält das Gleichheitszeichen sowie ein einstelliges Funktionssymbol. Konstruieren Sie Formeln F_1, F_2, F_3, für die gilt

(a) in jedem Modell von F_1 ist f^δ injektiv.

(b) in jedem Modell von F_2 ist f^δ surjektiv.

(c) in jedem Modell von F_3 ist f^δ bijektiv.