Berechenbarkeit und Komplexität Sommersemester 03

Aufgaben zu Turingmaschinen

TM-SUCC) (autotool) Schreiben Sie ein Turing-Maschinen-Programm, das die Nachfolger-Funktion $\mathrm{succ} : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$ mit

$$\mathrm{succ}(\mathrm{bin}(n)) = \mathrm{bin}(n+1)$$

berechnet. (1 Punkt)

TM-EXPO) (autotool) Schreiben Sie ein Turing-Maschinen-Programm, das die Funktion $\mathrm{expo} : \{1\}^* \to \{1\}^*$ mit

$$\mathrm{expo}(1^n) = 1^{2^n}$$

berechnet. (1 Punkt)

TM-STEP*) (autotool) Konstruieren Sie deterministische Turingmaschinen mit Eingabealphabet $\{A\}$, die bei einer Eingabe der Länge n genau die folgende Anzahl von Rechen–Schritten ausführen, bevor sie einen Endzustand erreichen:

TM-STEP1) $n+1$, TM-STEP2) $2 \cdot n + 3$, TM-STEP3) $(n+1)^2$, TM-STEP4) 2^n,

Arbeitsalphabet und Zustandsmenge können Sie beliebig wählen.

Highscore-Wertung: möglichst wenig Zustände benutzen.

Pflicht: Aufgaben TM-STEP1 und TM-STEP2 je 1 Punkt.
Zusatz: Aufgaben TM-STEP3 und TM-STEP4 (nur Highscore-Wertung).

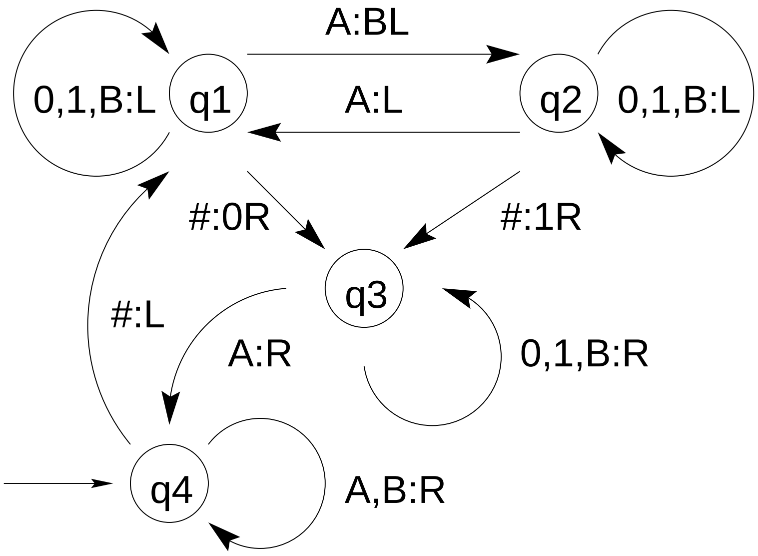
Aufgabe TM-BIN auf der Rückseite!

autotool

Auch in diesem Semester werden wieder einige Übungsaufgaben automatisch vom `autotool` korrigiert. Die Korrektur beginnt in den nächsten Tagen. Wir informieren Sie auf der Webseite `http://www.informatik.uni-leipzig.de/~joe/edu/ss03/bk/` über die Einzelheiten.

TM-BIN) (schriftlich) Die folgende Turingmaschine soll eine Unärzahl in ihre Binärdarstellung umwandeln, indem sie die Reste bei wiederholter Division durch 2 berechnet. Diese implementieren wir durch Streichen jeder zweiten Unärziffer.

Die Eingabe ist ein Wort der Form $AA \ldots A$, die Maschine startet im Zustand q_4 mit dem Kopf auf dem äußersten rechten Buchstaben der Eingabe. Ein „gestrichenes“A wird zu B; das # ist das Leerzeichen.



Die Notation $A : BL$ bedeutet: Wenn ein A gelesen wird, dann schreibe B und gehe nach links. $A : L$ ist verkürzt für $A : AL$, und $A, B : R$ bezeichnet die Regelmenge $\{A : R, B : R\}$.

1. Zeigen Sie: zu jeder Zeit hat der Bandinhalt die Form vw mit $v \in (0 \cup 1)^*$ und $w \in (A \cup B)^*$. (2 Punkte)

2. Die Maschine soll anhalten, wenn der Bandinhalt $(0 \cup 1)^* B^*$ ist. Ergänzen Sie den Übergang zum Stop-Zustand! (autotool) (1 Punkt)

3. Zeigen Sie, daß immer, wenn die Maschine in Zustand q_3 oder q_4 ist, für die Bandinhalte vw (siehe oben) gilt:

$$\mathrm{bin}(v) + 2^{|v|} \cdot \mathsf{Anzahl}_A(w) = |w|$$

   Dabei bezeichnet $\mathrm{bin}(v)$ den Wert der Zeichenkette v als Binärzahl und $\mathsf{Anzahl}_A(w)$ die Anzahl der A in w, sowie $|v|$ die Länge von v. (2 Punkte)

4. Wieso folgt daraus die Korrektheit des Programms? (1 Punkt)