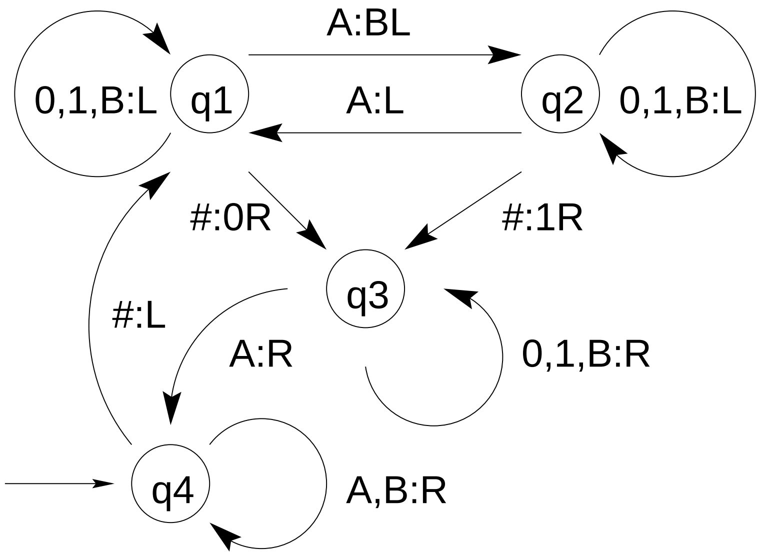
Berechenbarkeit und Komplexität Sommersemester 01

Aufgaben zu Turingmaschinen

TM1) (autotool) Die folgende Turingmaschine soll eine Unärzahl in ihre Binärdarstellung umwandeln, indem sie die Reste bei wiederholter Division durch 2 berechnet. Diese implementieren wir durch Streichen jeder zweiten Unärziffer.

Die Eingabe ist ein Wort der Form $AA \dots A$, die Maschine startet im Zustand q_4 mit dem Kopf auf dem äußersten rechten Buchstaben der Eingabe. Ein „gestrichenes" A wird zu B; das # ist das Leerzeichen.



Die Notation $A : BL$ bedeutet: Wenn ein A gelesen wird, dann schreibe B und gehe nach links.

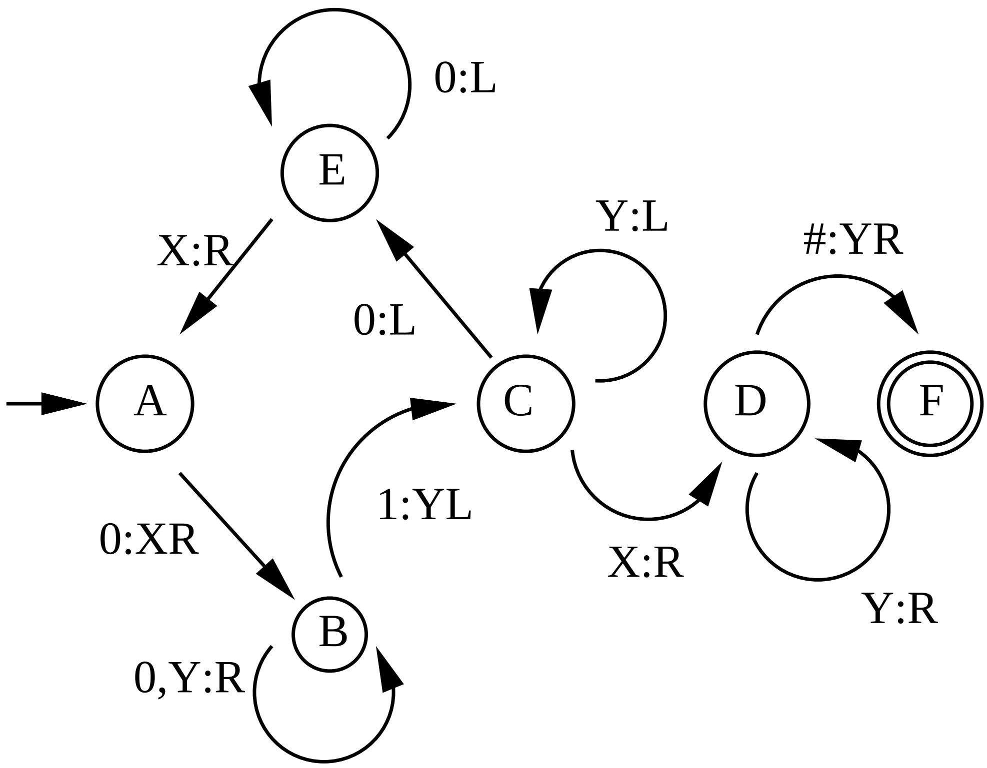
1. Zeigen Sie: zu jeder Zeit hat der Bandinhalt die Form vw mit $v \in (0 \cup 1)^*$ und $w \in (A \cup B)^*$.
2. Die Maschine soll anhalten, wenn der Bandinhalt $(0 \cup 1)^* B^*$ ist. Ergänzen Sie im Diagramm, wo der Übergang zum Stop-Zustand stattfindet.
3. Führen Sie vor, wie die Maschine die Binärdarstellung der Zahl Elf findet.
4. Zeigen Sie, daß immer, wenn die Maschine in Zustand q_3 oder q_4 ist, für die Bandinhalte vw (siehe oben) gilt:

$$\mathsf{bin}(v) + 2^{|v|} \cdot \mathsf{Anzahl}_A(w) = |w|$$

   Dabei bezeichnet $\mathsf{bin}(v)$ den Wert der Zeichenkette v als Binärzahl und $\mathsf{Anzahl}_A(w)$ die Anzahl der A in w, sowie $|v|$ die Länge von v.

5. Wieso folgt daraus die Korrektheit des Programms?

TM2) Welche Sprache (über dem Eingabe–Alphabet $\{0, 1\}$) akzeptiert die folgende Turingmaschine



1. Zeigen Sie, daß während jeder akzeptierenden Rechnung der Bandinhalt ein Wort aus $X^*0^*Y^*1^*$ ist.
2. Untersuchen Sie dann das Verhalten der Exponenten, und bestimmen Sie die akzeptierte Sprache.
3. Stoppt die Maschine auf jeder Eingabe?
4. Finden Sie, falls möglich, für jeden Zustand q eine Eingabe w, so daß die Rechnung der Maschine auf w im Zustand q (egal, ob erfolglos oder erfolgreich) endet.

TM4) (autotool) Konstruieren Sie deterministische Turingmaschinen mit Eingabealphabet $\{A\}$, die bei einer Eingabe der Länge n genau die folgende Anzahl von Rechen–Schritten ausführen, bevor sie einen Endzustand erreichen:

$$\text{TM41: } n + 1, \quad \text{TM42: } 2 \cdot n + 3, \quad \text{TM43: } (n + 1)^2, \quad \text{TM44: } 2^n,$$

Arbeitsalphabet und Zustandsmenge können Sie beliebig wählen.

(Für Bastler: Versuchen Sie jeweils, mit möglichst wenig Zuständen auszukommen!)

autotool

Auch in diesem Semester werden wieder einige Übungsaufgaben automatisch korrigiert. Die Adresse lautet diesmal `autotool@informatik.uni-leipzig.de`. Das Werkzeug wird voraussichtlich am Montag, dem 9. April, gegen 13 Uhr eingeschaltet. Bitte beachten sie dann die Erläuterungen auf `http://www.informatik.uni-leipzig.de/~autotool/`.