Aufgaben zur Logik (5. 4.)

1.1 Man beweise, daß für zwei beliebige Formeln A, B die folgenden Behauptungen äquivalent sind:

1. $A \to B$ ist allgemeingültig
2. $A \wedge \neg B$ ist nicht erfüllbar
3. $\mathsf{Mod}\ (\{A\}) \subseteq \mathsf{Mod}\ (\{B\})$.

1.2 Man gebe alle Modelle der Menge $\{p \to q, p \vee q\}$ an.

1.3 Man beweise für beliebige Formeln $A \in \mathsf{Fm}$:
Die Anzahl der Stellen, an denen in A das Zeichen (vorkommt, ist gleich der Anzahl der Stellen, an denen) vorkommt, und diese Anzahl ist gleich der Gesamtzahl der Stellen, an denen in A einer der zweistelligen Funktoren $\vee, \wedge, \to, \leftrightarrow$ steht.

1.4 Welche der folgenden Formeln ist allgemeingültig, erfüllbar oder widersprüchlich:

1. $p \to (q \to r) \leftrightarrow p \wedge q \to r$
2. $p \wedge q \to r$
3. $p \wedge q \to r \leftrightarrow \neg(p \wedge q) \vee \neg r$
4. $(p \to q) \wedge (q \to r) \wedge \neg(p \to r)$
5. $\neg(p \to q) \leftrightarrow \neg(p \wedge q)$
6. $p \wedge (q \vee \neg q) \leftrightarrow p$