

6. Übung zu Theoretische Informatik: Berechenbarkeit und Komplexität

Wintersemester 2025/26

zu lösen bis 12. Dezember 2025

Aufgabe 6.1:

Bestimmen Sie für die Funktion

1. $f = \text{Sub}_2^2(\text{Proj}_1^2, \text{Sub}_1^2(\text{Succ}, \text{Proj}_2^2), \text{Sub}_1^2(\text{Succ}, \text{Zero}^2))$
die Werte $f(i, j)$ für $(i, j) \in \{0, \dots, 3\}^2$,
2. $f' = \text{PR}^1(\text{Sub}_1^0(\text{Succ}, \text{Zero}^0), \text{Zero}^2)$
die Werte $f'(i)$ für $i \in \{0, \dots, 3\}$,
3. $f'' = \text{PR}^3(\text{Sub}_1^2(\text{Succ}, \text{Zero}^2), \text{PR}^4(\text{Sub}_1^3(\text{Succ}, \text{Proj}_1^3), \text{Sub}_1^5(\text{Succ}, \text{Proj}_5^5)))$
die Werte $f(i, j, k)$ für $(i, j, k) \in \{0, \dots, 2\}^3$

Aufgabe 6.2:Bestimmen Sie für $f = \mu(g)$ mit $g(x_1, x_2, y) = x_1 \div (x_2 \cdot y)$ die Werte $f(12, 5)$ und $f(3, 0)$.**Aufgabe 6.3:**Gegeben ist die Funktion $f = \mu(\text{PR}^2(\text{Zero}^1, \text{Zero}^3))$.

1. Berechnen Sie $f(x)$ für jedes $x \in \mathbb{N}$ mit $x \leq 4$.
2. Lässt sich die Funktion f auch durch einen rekursiven Funktionsterm ohne μ -Operator darstellen? Begründen Sie.

Aufgabe 6.4:

Beschreiben Sie die folgende Funktion durch einen partiell rekursiven Funktionsterm:

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \text{ mit } \forall x \in \mathbb{N} : f(x) = \begin{cases} x/3 & , \text{ falls } 3|x \\ \text{nicht definiert} & , \text{ sonst} \end{cases}$$

Überprüfen Sie Ihre Lösung an wenigstens fünf sinnvollen Beispielen.

Aufgabe 6.5:

Geben Sie einen primitiv rekursiven Funktionsterm an, welcher die Funktion

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad \text{mit} \quad \forall x \in \mathbb{N} : f(x) = \sum_{i=1}^x 2i$$

repräsentiert. Ist diese Funktion primitiv rekursiv?

Aufgabe 6.6:Gegeben ist die Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $\forall x \in \mathbb{N} : f(x) = \max\{k \mid 2^k 3^{k+1} \leq x\}$.Gilt $f \in \text{Part}$, $f \in \text{Allg}$, $f \in \text{Prim}$?