
4. Übung zu Theoretische Informatik: Berechenbarkeit und Komplexität

Wintersemester 2025/26

zu lösen bis 21. November 2025

Aufgabe 4.1:Für welche Konfigurationen s eines while-Programms gilt (jeweils mit Herleitung)

1. $((1, 2), s) \in \text{sem}_{\text{Skip}}$
2. $((1, 2), s) \in \text{sem}_{\text{Dec } 1}$
3. $(s, (1, 2)) \in \text{sem}_{\text{Dec } 1}$
4. $((1, 2), s) \in \text{sem}_{\text{Seq}(\text{Dec } 1, \text{Inc } 0)}$
5. $(s, (1, 2)) \in \text{sem}_{\text{Seq}(\text{Dec } 1, \text{Inc } 0)}$
6. $((1, 2), s) \in \text{sem}_{\text{IfZ}(1, \text{Seq}(\text{Dec } 1, \text{Inc } 0), \text{Seq}(\text{Dec } 0, \text{Inc } 1))}$
7. $((1, 2), s) \in \text{sem}_{\text{While}(1, \text{Seq}(\text{Dec } 1, \text{Inc } 0))}$

Aufgabe 4.2:

Zeigen Sie

1. $\text{IfZ}(i, p, \text{Seq}(p, q)) \equiv \text{Seq}(p, \text{IfZ}(i, \text{Skip}, q))$ für alle Programme p , die $s(i)$ nicht ändern (Begründen Sie die Notwendigkeit dieser Einschränkung.)
2. $\text{Seq}(p, q) \neq \text{Seq}(q, p)$

Aufgabe 4.3:

Geben Sie While-Programme zur Berechnung der folgenden Anweisungen (Unterprogramme) an:

1. Zuweisung $i := s(j)$
2. Verzweigung $\text{if } (s(i) = s(j)) \text{ p else q}$

Geben Sie dazu zunächst jeweils die Semantik der Kurzformen in der Aufgabenstellung an (also $\text{sem}_{i:=s(j)} = \dots$ usw).Zeigen Sie, dass Ihre Unterprogramme die gewünschte Semantik haben und die Ersetzung der Kurzformen in einem Programm p durch Ihre Unterprogramme die Semantik des Programmes nicht ändert.

Aufgabe 4.4:

Geben Sie ein zum Programm $p_1 = \text{lfZ}(i, p, q)$ äquivalentes While-Programm p_2 an, welches kein lfZ enthält. Zeigen Sie, dass $p_1 \equiv p_2$ gilt.

Aufgabe 4.5:

Zeigen Sie, dass die Menge WHILE unter Substitution abgeschlossen ist, dass also für alle partiellen Funktionen $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ gilt:

falls $f, g \in \text{WHILE}$, dann ist auch $x \mapsto f(g(x)) \in \text{WHILE}$

Aufgabe 4.6:

Zur Übersetzung von While nach Goto: Bestimmen Sie

1. $\text{compile}(0, \text{While } 1(\text{Dec } 1)) =$
2. $\text{compile}(3, \text{lfZ}(1, \text{Dec } 1, \text{Inc } 0)) =$
3. $\text{compile}(0, \text{While } 2(\text{lfZ } 1, \text{Seq}(\text{Dec } 1, \text{Inc } 0), \text{Skip})) =$

Aufgabe 4.7:

Zeigen Sie, dass für jedes While-Programm p und das daraus erzeugte Goto-Programm $q = p' \circ [\text{Stop}]$ mit $\text{compile}(0, p) = (e, p')$ gilt:
 q erreicht eine finale Konfiguration gdw. p hält.