
3. Übung zu Theoretische Informatik: Berechenbarkeit und Komplexität

Wintersemester 2025/26

zu lösen bis 14. November 2025

Aufgabe 3.1:

Gilt $s[a := b][c := d] = s[c := d][a := b]$? Begründen Sie.

Aufgabe 3.2:

Beweisen Sie:

1. Für jeden goto-Befehl p ist die Relation step_p eine partielle Funktion.
2. Für jedes goto-Programm p ist die Relation $\text{step}_p^* \cap \{(C_1, C_2) \mid C_2 \text{ ist final}\}$ eine partielle Funktion.

(Wiederholung der Begriffe und Notationen für Relationen und partielle Funktionen)

Aufgabe 3.3:

Geben Sie goto-Programme zur Berechnung der folgenden Anweisungen (Unterprogramme) an und zeigen Sie, dass Ihre Programme zum gewünschten Ziel führen.

1. Zuweisung $s(i) := 0$
2. Zuweisung $s(i) := s(j)$
3. Verzweigung $\text{if } (s(i) = s(j)) \text{ p else q}$

Was ist beim Einfügen dieser Unterprogramme zu beachten?

Aufgabe 3.4:

Sei A die Menge aller partiellen Funktionen, die durch ein goto-Programm berechnet werden können, in dem der Befehl Goto nicht vorkommt. Beweisen Sie $\text{GOTO} = A$.

Das sind zwei Inklusionen, die eine ist trivial, für die andere übersetzen Sie einen unbedingten in einen bedingten Sprung.

Aufgabe 3.5:

Sei B die Menge aller partiellen Funktionen, die durch ein goto-Programm berechnet werden können, in dem der Befehl GotoZ nicht vorkommt (nur unbedingte Sprünge),

Geben Sie ein Verfahren an, das entscheidet, ob ein B -Programm eine totale Funktion berechnet.

Aufgabe 3.6:

Sei C die Menge aller partiellen Funktionen, die durch ein goto-Programm berechnet werden können, in dem weder Goto noch GotoZ vorkommen.

Welche dieser Programme berechnen totale Funktionen?

Beweisen Sie $B = C$. (zwei Inklusionen)

Aufgabe 3.7:

Ergänzen Sie die Details zur

1. Herstellung der Initialkonfiguration,
2. Ablesen des Resultates aus der Finalkonfiguration

in der in der Vorlesung vorgestellten Konstruktion einer TM M , welche dieselbe Funktion wie ein gegebenes goto-Programm p berechnet.

Aufgabe 3.8:

Im Beweis $\text{ Turing } \subseteq \text{ GOTO }$ wird jedes Band der TM durch ein Registerpaar (l, r) repräsentiert. Geben Sie die Änderungen des Registerpaares an, welche einem TM-Übergang

1. ohne Bewegung des Schreib-Lese-Kopfes
2. mit Bewegung des Schreib-Lese-Kopfes nach links

entspricht.