
10. Übung zu Theoretische Informatik: Berechenbarkeit und Komplexität

Wintersemester 2025/26

zu lösen bis 23. Januar 2026

Aufgabe 10.1: $\text{DNFSAT} = \{\varphi \in \text{AL}(P) \mid \varphi \text{ in DNF und erfüllbar} \}$

1. Zeigen Sie $\text{DNFSAT} \leq_P \text{SAT}$.
2. Zeigen Sie $\text{DNFSAT} \in P$.
3. Zu jeder Formel $\varphi \in \text{AL}(P)$ existiert eine äquivalente Formel in DNF.
Warum folgt daraus nicht $\text{SAT} \in P$?

Aufgabe 10.2:

Zeigen Sie $\text{CNFSAT} \leq_P 3\text{SAT}$ durch eine geeignete Transformation von CNF in erfüllbarkeit-äquivalente 3-CNF.

Hinweis: zusätzliche Variablen können verwendet werden

Aufgabe 10.3:

Geben Sie eine aussagenlogische Formel $\text{exactlyone}(x_1, \dots, x_n)$ in CNF an, die genau dann erfüllt ist, wenn genau ein x_i mit $i \in \{1, \dots, n\}$ wahr ist.
(für $n = 4, n = 8$ und allgemein)

Aufgabe 10.4:

1. Geben Sie einen Graphen $G = (V, E) \notin 2\text{COL}$ an, der keinen K_3 als Teilgraphen enthält.
2. Geben Sie einen Graphen $G = (V, E) \notin 3\text{COL}$ an, der keinen K_3 als Teilgraphen enthält.
3. Zeigen Sie, dass für jeden Graphen $G = (V, E)$ gilt:
Falls der Grad jedes Knotens in G kleiner als k ist, gilt $G \in k\text{COL}$.

Aufgabe 10.5:

Zeigen Sie, dass für $A, B \subseteq X^*$ gilt $A \leq_P B \leftrightarrow (\overline{A}) \leq_P (\overline{B})$.