

9. Übung im Modul „Modellierung“

Wintersemester 2025/26

zu lösen bis 10. Dezember 2025

Aufgabe 9.1Zeigen Sie, dass die Teilerrelation $a|b$ mit $\forall a, b : (a|b \leftrightarrow \exists c \in M : ac = b)$

- auf der Menge $\mathbb{N}$ eine Halbordnung, aber keine totale Ordnung ist,
- auf der Menge $\mathbb{Z}$ keine Halbordnung ist.
- Ist sie auf der Menge $\mathbb{Z}$ eine Quasiordnung ?

Aufgabe 9.2

- Zeigen Sie, dass die semantische Äquivalenz aussagenlogischer Formeln auf der Menge $\mathbf{AL}(\{p, q\})$ eine Äquivalenzrelation ist
- In wieviele Äquivalenzklassen teilt diese Relation die Menge $\mathbf{AL}(\{p, q\})$?
- Geben Sie zu jeder Äquivalenzklasse je zwei verschiedene Elemente daraus an.
- Zeigen Sie, dass für jede endliche Menge P semantische Äquivalenz aussagenlogischer Formeln auf der Menge $\mathbf{AL}(P)$ eine Äquivalenzrelation ist.
- In wieviele Äquivalenzklassen teilt diese Relation die Menge $\mathbf{AL}(P)$?
Hinweis: Das hängt von $|P|$ ab. Vergessen Sie die Spezialfälle $|P| \in \{0, 1\}$ nicht.

Aufgabe 9.3

Repräsentieren Sie jeden der folgenden Bereiche durch

- eine Menge,
 - deren charakteristische Funktion,
 - eine Multimenge.
- alle im Wort ANANASSAFT vorkommenden Buchstaben,
 - alle Ziffern der Zahl 11999169,
 - alle Primteiler der Zahl 11999169,
 - Geburtsjahre der Informatiker / Mathematiker (Wofür sind diese jeweils bekannt?):
Kurt Gödel, Claude Shannon, Konrad Zuse, John von Neumann, Alan Turing, Alonzo Church, Edsger Dijkstra, Tony Hoare, Grace Hopper, Andrei Kolmogorow, Niklaus Wirth.
Informieren Sie Sich über die wichtigsten Leistungen dieser Personen auf ihrem Gebiet.
 - alle in den Formeln der folgenden Formelmengende vorkommenden Aussagenvariablen
 $\{p \rightarrow q, p \vee \text{f}, \neg p \vee p, p \rightarrow p, \neg p \vee q, \neg(\text{f} \wedge q)\}$

Aufgabe 9.4In der Vorlesung wurde die Teil(multi)mengen-Relation $R \subseteq \mathbb{N}^U \times \mathbb{N}^U$ für $U \neq \emptyset$ definiert.

- Welche der Eigenschaften reflexiv, irreflexiv, transitiv, symmetrisch, asymmetrisch, antisymmetrisch hat diese Relation für $U \neq \emptyset$?
- Ist diese Relation für nichtleere Universen U eine Quasiordnung, Äquivalenzrelation, Halbordnung, lineare Ordnung?
Wie hängt das von $|U|$ ab?

Aufgabe 9.5

Lösen Sie die Aufgaben 2.7 und 2.8 aus dem Buch (auch online über die HTWK-Bibliothek sichtbar):
Uwe Kastens, Hans Kleine Büning: Modellierung - Grundlagen und formale Methoden

Aufgabe 9.6

2.16 aus Kastens, Kleine Büning: Modellierung - Grundlagen und formale Methoden.

Aufgabe 9.7

2.15 aus Kastens, Kleine Büning: Modellierung - Grundlagen und formale Methoden.