

3. Übung im Modul „Modellierung“

Wintersemester 2025/26

zu lösen bis 29. Oktober 2025

Aufgabe 3.1Beantworten Sie für jede der Formeln ψ_i

$$\psi_1 = \neg p \vee (q \leftrightarrow r)$$

$$\psi_2 = q \rightarrow (r \wedge \neg p)$$

$$\psi_3 = (p \wedge q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$$

$$\psi_4 = (p \rightarrow (q \rightarrow p))$$

$$\psi_5 = \neg(p \wedge r) \wedge (p \rightarrow q)$$

die folgenden Fragen und begründen Sie Ihre Antworten:

- Ist ψ_i erfüllbar?
- Ist ψ_i allgemeingültig?

Aufgabe 3.2

- Zeigen Sie, dass die Formeln $p \rightarrow q$ und $(\neg q) \rightarrow (\neg p)$ äquivalent sind.
- Zeigen Sie, dass die Formeln $\neg(p \rightarrow q)$ und $(\neg p) \rightarrow (\neg q)$ nicht äquivalent sind,
Hinweis: Finden Sie dazu wenigstens eine Belegung $W : \{p, q\} \rightarrow \{0, 1\}$ mit
 $W(\neg(p \rightarrow q)) \neq W((\neg p) \rightarrow (\neg q))$
- Stellen Sie für die folgenden Paare von Formeln φ_i und ψ_i jeweils fest, ob $\varphi_i \equiv \psi_i$ gilt:

$$\begin{array}{ll} \varphi_1 = \neg(p \vee q) & \psi_1 = (\neg p) \vee (\neg q) \\ \varphi_2 = p \rightarrow (q \rightarrow p) & \psi_2 = \top \end{array}$$

Aufgabe 3.3

Zeigen Sie durch äquivalente Umformungen (ohne Modellmengen oder Wahrheitstabellen), dass die folgende Formel allgemeingültig ist:

$$\varphi = ((p \rightarrow q) \rightarrow ((p \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \wedge r))))$$

Aufgabe 3.4

Zeigen Sie, dass die folgenden Mengen Junktorbasen sind:

- $\{\neg, \rightarrow\}$
- $\{\text{f}, \rightarrow\}$

Aufgabe 3.5Finden Sie eine aussagenlogische Formel $\varphi \in \text{AL}(\{p, q, r\})$ mit der folgenden Eigenschaft:

Für je zwei Belegungen $W : \{p, q, r\} \rightarrow \{0, 1\}$ und $W' : \{p, q, r\} \rightarrow \{0, 1\}$, die sich genau im Wert einer der Aussagenvariablen unterscheiden, gilt $W(\varphi) \neq W'(\varphi)$.

Zeigen Sie, dass Ihre Formel φ diese Eigenschaft hat.

Aufgabe 3.6

- a. Formalisieren Sie die folgenden Anforderungen als aussagenlogische Formeln:
 - A1 Am Dienstag *und* am Freitag muss das System eine Datensicherung durchführen.
 - A2 Falls Dienstag *oder* Freitag ist, muss eine Datensicherung durchgeführt werden.
- b. Zeigen Sie, dass A1 und A2 äquivalent sind.
- c. Erklären Sie den Übergang vom *und* in A1 zum *oder* in A2.