

2. Übung im Modul „Modellierung“

Wintersemester 2025/26

zu lösen bis 22. Oktober 2025

Aufgabe 2.1

Welche der folgenden Zeichenketten sind aussagenlogische Formeln?

Begründen Sie Ihre Antworten.

Geben Sie zu jeder Formel auch den Formelbaum, die Menge aller vorkommenden Variablen, die Anzahl aller Variablenvorkommen und für alle Formeln mit höchstens drei Variablenvorkommen alle Teilformeln an:

1. $\neg\neg p$
2. $\neg p \vee \wedge q$
3. $p \rightarrow (\neg p \vee ((\neg\neg q) \rightarrow (p \wedge q)))$
4. $p \rightarrow (\neg p \vee (\neg p \neg))$
5. $(p \rightarrow q) \wedge (\neg r \rightarrow (q \vee (\neg p \vee r)))$
6. $p \rightarrow (((q \wedge \neg r) \rightarrow q) \vee (\neg p \vee r))$
7. $q\neg \wedge r \rightarrow r$
8. $(\neg(\neg p \wedge \neg q) \vee r) \rightarrow (p \wedge \neg(\neg q \vee \neg r))$
9. $\neg(\neg\mathbb{t} \wedge \neg p) \leftrightarrow (\mathbb{f} \rightarrow q)$

Aufgabe 2.2Für jede aussagenlogische Formel $\varphi \in \mathbf{AL}(P)$ ist ihre Größe $\text{size}(\varphi)$ induktiv definiert durch:IA: falls $\varphi = p$ (Atom), dann $\text{size}(\varphi) = 1$

- IS:
- nullstellige Junktoren ($\mathbb{t}, \mathbb{f}$):
für $\varphi = \mathbb{t}$ oder $\varphi = \mathbb{f}$ gilt $\text{size}(\varphi) = 1$
 - einstellige Junktoren ($\neg$):
für $\varphi = \neg\varphi_1$ gilt $\text{size}(\varphi) = 1 + \text{size}(\varphi_1)$
 - zweistellige Junktoren ($* \in \{\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$):
für $\varphi = \varphi_1 * \varphi_2$ gilt $\text{size}(\varphi) = 1 + \text{size}(\varphi_1) + \text{size}(\varphi_2)$

Bestimmen Sie für jede aussagenlogische Formel aus der vorigen Aufgabe ihre Größe mit dieser Definition.

Aufgabe 2.3

Geben Sie zur jeder der beiden Formeln

$$\varphi = \neg(\neg q \vee r)$$

$$\psi = p \rightarrow (q \wedge \neg r)$$

an:

- a. die Wahrheitstabelle der Formel,
- b. die Modellmenge der Formel und
- c. die Modellmenge der Negation der Formel.