

4. Übung zu Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Wintersemester 2025/26

gestellt am 5. November 2025

Aufgabe 4.1:

- a. Bestimmen Sie für die in der Vorlesung vorgestellte Variante des Nim-Spieles mit Startsituation $S : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ mit $S(8) = 1 \wedge \forall i \neq 8 : S(i) = 0$ die MiniMax-Werte aller aus S erreichbaren Situationen.

Wer gewinnt das Spiel, wenn beide Spieler optimal spielen?

- b. Modellieren Sie die Variante des in der Vorlesung vorgestellten Nim-Spieles, bei der auch das Teilen eines Stapels in zwei Stapel *derselben Größe* zulässig ist.

Bestimmen Sie den Graphen des Spieles aus der Startsituation aus Teilaufgabe a und die MiniMax-Werte aller Knoten in diesem Graphen.

- c. Modellieren Sie die folgende Variante des Nim-Spieles mit einem Stapel:

- Zu Beginn liegen n Münzen auf dem Stapel.
- Spielzug: Entfernen einer Zahl $x \in \{1, 2, 3\}$ von Münzen vom Stapel,
- Sobald ein Spieler keinen Zug mehr ausführen kann, hat er verloren (und der andere gewonnen).

und geben Sie für alle $n \in \{1, 2, \dots, 6\}$ die Zustandsübergangssysteme des Spieles mit MiniMax-Werten und Gewinnern bei optimalem Spiel beider Spieler an.

- d. Eine weitere Nim-Variante mit einem Stapel hat dieselben Regeln wie in Teilaufgabe c, aber in jedem Zug darf die im Zug davor gewählte Zahl der entfernten Münzen nicht wieder gewählt werden.

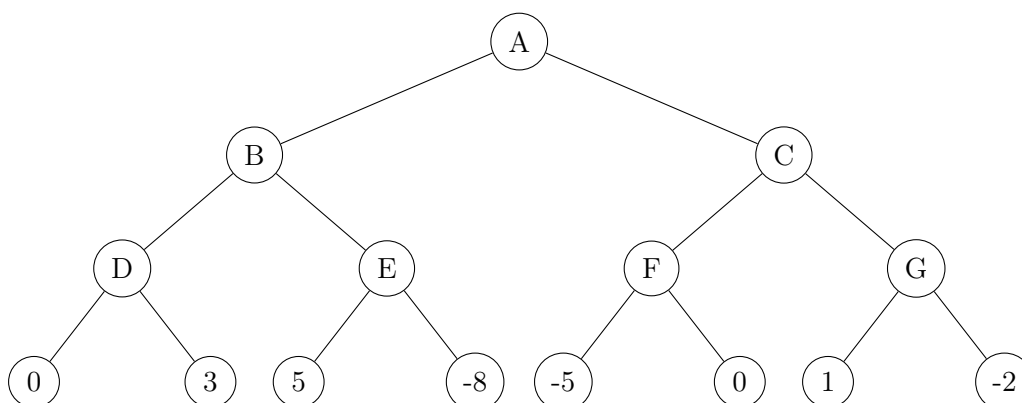
Modellieren Sie auch diese Variante des Nim-Spieles mit einem Stapel und geben Sie für alle $n \in \{1, 2, \dots, 6\}$ die Zustandsübergangssysteme des Spieles mit MiniMax-Werten und Gewinnern bei optimalem Spiel beider Spieler an.

Aufgabe 4.2:

Gegeben ist der untenstehende Baum. In den Blättern stehen die Spielwerte. Spieler 1 (Max) ist am Zug.

- a. Bestimmen Sie die Minimax-Werte aller Knoten dieses Baumes.

- b. Welche Teilbäume werden bei der α - β -Suche nicht besucht?



Aufgabe 4.3:

Es geht um das in der Vorlesung vorgestellte Zwei-Personen-Spiel Tic-Tac-Toe

a.

Die Gewinnpositionen werden mit 10 (Max gewinnt) und -10 (Min gewinnt) bewertet. Geben Sie die Minimax-Werte für alle aus der nebenstehenden Position erreichbaren Spielpositionen an.

Spieler 1 (Max, $\times$) ist am Zug.

$\times$		$\circ$
$\circ$	$\times$	$\times$
		$\circ$

Was ist das beste Resultat, welches Max aus dieser Position erreichen kann?

Mit welcher Strategie erreicht er dieses Resultat?

b. Zur Bewertung der Gewinnaussichten eines Spielers in einer Situation p ist die Anzahl der aus dieser Situation erreichbaren Gewinnpositionen beider Spieler recht aussagefähig und führt zur Definition der folgenden (in der Vorlesung vorgestellten) heuristischen Funktion

- $h_1(p)$: Anzahl der für Spieler 1 (Max) erreichbaren Gewinnpositionen
- $h_0(p)$: Anzahl der für Spieler 0 erreichbaren Gewinnpositionen
- heuristische Funktion $h(p) = h_1(p) - h_0(p)$

(a) Bestimmen Sie für jede aus

$\times$	$\circ$	
		$\times$
		$\circ$

direkt erreichbare Position den Wert der heuristischen Funktion h . (Max beginnt.)

- (b) Bestimmen Sie für jede aus der Startposition erreichbare Position mit 0, 1 und 2 schon belegten Feldern den Wert der heuristischen Funktion h . (Max beginnt.)
- (c) Führt die Spielstrategie, immer einen beliebigen unter dieser Heuristik besten Zug zu wählen, immer zu einem Sieg für Max? Begründen Sie.