

12. Übung zu Grundlagen der Künstlichen Intelligenz

Wintersemester 2025/26

gestellt am 14. Januar 2026

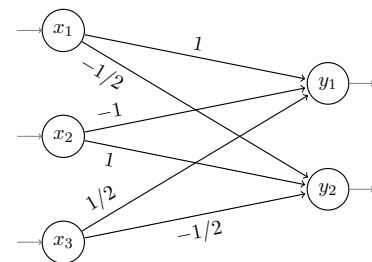
Aufgabe 12.1:

Gegeben ist das Schwellwertneuron u mit drei Eingängen, den Eingangsgewichten $w_1 = 2$, $w_2 = -1$, $w_3 = -1$ und dem Schwellwert $\theta_u = 1$

- Welche Boolesche Funktion berechnet dieses Schwellwertneuron?
Geben Sie eine aussagenlogische Formel für diese Boolesche Funktion an.
- Konstruieren Sie ein Schwellwertneuron mit Schwellwert 0, welches dieselbe Boolesche Funktion berechnet.

Aufgabe 12.2:

Bestimmen Sie für das nebenstehende Ein-Schicht-FFN mit den Schwellwertneuronen y_1, y_2 mit Schwellwert 0 die Netzausgaben für die Eingaben $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(1, 0, 1)$, $(1, 1, 0)$, $(1, 1, 1)$.

**Aufgabe 12.3:**

Geben Sie ein FFN aus Schwellwertneuronen (alle mit Schwellwert 0) an, welches genau den Booleschen Eingaben $(0, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ und $(1, 1, 1)$ den Wert 0 und allen anderen Booleschen Eingabe-Tripeln den Wert 1 zuordnet.

Aufgabe 12.4:

Finden Sie durch schrittweises Training der Gewichte mit der Δ -Regel für jede der Booleschen Funktionen

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1, x_2) &= \neg(x_1 \rightarrow x_2) \\
 f_2(x_1, x_2) &= (x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee x_3) \\
 f_3(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \begin{cases} 1 & \text{falls mindetens drei der Eingabewerte 1 sind} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}
 \end{aligned}$$

ein Ein-Schicht-KNN aus Schwellwertneuronen, welches diese Funktion berechnet.
Zu Beginn des Trainings sind alle Gewichte 0.

Aufgabe 12.5:

Die Boolesche Funktion XOR lässt sich nicht durch ein Schwellwertneuron berechnen. Was geschieht, wenn man versucht, ein Schwellwertneuron auf diese Funktion zu trainieren? Trainieren Sie dazu ein Schwellwertneuron durch die Δ -Regel mit den Anfangsgewichten $w_0 = w_1 = w_2 = 1$ und Lernrate $\eta = 1$ über mehrere Durchläufe aller möglichen Werte der Funktion XOR und beobachten Sie den Verlauf.

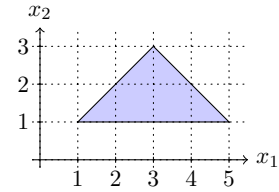
Aufgabe 12.6:

Finden Sie durch schrittweises Training der Gewichte mit der Δ -Regel ein Ein-Schicht-FFN mit zwei Ausgabeneuronen y_1, y_2 welches zu drei Booleschen Eingaben deren Minimum (y_1) und Maximum (y_2) berechnet.

Aufgabe 12.7:

Entwerfen Sie ein Zwei-Schicht-FFN aus Schwellwertneuronen, welches genau allen Punkten im blau markierten Bereich im Diagramm den Wert 1 und alle anderen Punkten den Wert 0 zuordnet.

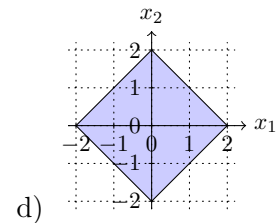
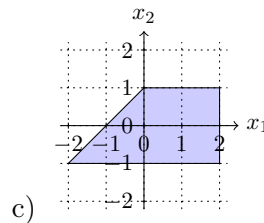
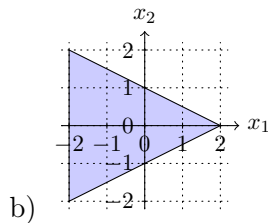
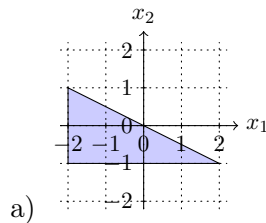
Geben Sie auch dessen Gewichtsmatrix an.



Aufgabe 12.8:

Entwerfen Sie zu jedem der folgenden Diagramme ein Zwei-Schicht-FFN aus Schwellwertneuronen, welches genau allen Punkten im blau markierten Bereich im Diagramm den Wert 1 und alle anderen Punkten den Wert 0 zuordnet.

Geben Sie auch deren Gewichtsmatrizen an.



Aufgabe 12.9:

Entwerfen Sie zu jedem der folgenden Diagramme ein Drei-Schicht-FFN (oder ein Zwei-Schicht-FFN) aus Schwellwertneuronen, welches genau allen Punkten im blau markierten Bereich im Diagramm den Wert 1 und alle anderen Punkten den Wert 0 zuordnet.

Geben Sie auch deren Gewichtsmatrizen an.

