Prof. Dr. Sibylle Schwarz, HTWK Leipzig, FIM sibylle.schwarz@htwk-leipzig.de

6. Übung zu Theoretische Informatik: Berechenbarkeit und Komplexität
Wintersemester 2024/25 zu lösen bis 2. Dezember 2024

Aufgabe 6.1:

Zur Übersetzung von While nach Goto: Bestimmen Sie

1. $\mathsf{compile}(0, \mathsf{While}\, 1(\mathsf{Dec}\, 1)) =$
2. $\mathsf{compile}(3, \mathsf{IfZ}(1, \mathsf{Dec}\, 1, \mathsf{Inc}\, 0)) =$
3. $\mathsf{compile}(0, \mathsf{While}\, 2(\mathsf{IfZ}\, 1, \mathsf{Seq}(\mathsf{Dec}\, 1, \mathsf{Inc}\, 0), \mathsf{Skip})) =$

Aufgabe 6.2:

Zeigen Sie, dass für jedes While-Programm p und das daraus erzeugte Goto-Programm $q = p' \circ [\mathsf{Stop}]$ mit $\mathsf{compile}(0, p) = (e, p')$ gilt:
q erreicht eine finale Konfiguration gdw. p hält.

Aufgabe 6.3:

Zeigen Sie, dass bei der Übersetzung jedes goto- in ein while-Programm alle Anweisungen der Form `if (c == i)` und `c := l` in while-(Unter-)Programme übersetzt werden können, die kein While enthalten.

Aufgabe 6.4:

Zeigen Sie, dass zu jedem Loop-Programm p ein äquivalentes Loop-Programm q existiert, in dem kein IfZ vorkommt.

Aufgabe 6.5:

Zeigen Sie, dass die Menge LOOP unter (mehrstelliger) Substitution abgeschlossen ist,
d.h. für alle partiellen Funktionen $f : \mathbb{N}^k \to \mathbb{N}$ und $g_1, \ldots, g_k : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ gilt:
falls $f \in \mathsf{LOOP}$ und $\forall i \in \{1, \ldots, n\} : g_n : \mathbb{N} \to \mathbb{N} \in \mathsf{LOOP}$, dann $(x \mapsto f(g_1(x), \ldots, g_n(x))) \in \mathsf{LOOP}$

Aufgabe 6.6:

In verschiedenen Codierungen von Paaren, Listen usw. wurden Primzahlpotenzen verwendet.
Zeigen Sie, dass die Funktion $p : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ mit $\forall i \in \mathbb{N} : p(i) = i$-te Primzahl

1. While-berechenbar ist,
2. Loop-berechenbar ist.

Aufgabe 6.7:

Wie lassen sich Goto-, Loop-, While-Programme als Eingabe für universelle Programme codieren?