

10. Übung zu Theoretische Informatik: Berechenbarkeit und Komplexität

Wintersemester 2024/25

zu lösen bis 6. Januar 2025

Aufgabe 10.1:

Geben Sie Konstruktionen an, die

1. jede TM M , die eine Sprache $L \subseteq X^*$ semi-entscheidet, in eine TM M' transformiert, die L akzeptiert.
2. jede TM M , die eine Sprache $L \subseteq X^*$ akzeptiert, in eine TM M' transformiert, die L semi-entscheidet.
3. jede TM M , die eine Sprache $L \subseteq X^*$ entscheidet, in eine TM M' transformiert, die L akzeptiert.
4. jede TM M , die eine Sprache $L \subseteq X^*$ entscheidet, in eine TM M' transformiert, die die Sprache $\bar{L}$ akzeptiert.
5. jede TM M , die eine Sprache $L \subseteq X^*$ aufzählt, in eine TM M' transformiert, die L akzeptiert.

Aufgabe 10.2:

Zeigen Sie, dass für jede entscheidbare Sprache $L \subseteq X^*$ auch die Sprache $L' \subseteq L$ mit $L' = \{w \in L \mid \forall v \in L : (v \sqsubseteq w \rightarrow v = w)\}$ entscheidbar ist.

Aufgabe 10.3:

Zeigen Sie, dass die folgenden Mengen entscheidbar sind, indem Sie je ein Entscheidungsverfahren angeben:

1. Menge aller durch 3 teilbaren natürlichen Zahlen,
2. Menge aller Tripel $(x, y, \text{ggT}(x, y))$ mit $x, y \in \mathbb{N}$,
3. Menge aller Paare (u, v) mit $u, v \in \{a, b\}^*$ mit $u \sqsubseteq v$,
4. Menge aller regulären Ausdrücke über dem endlichen Alphabet X ,
5. Menge aller aussagenlogischen Formeln in konjunktiver Normalform,
6. Menge aller erfüllbaren aussagenlogischen Formeln mit Aussagenvariablen p, q, r ,
7. jede kontextfreie Sprache,
8. Menge aller Goto-Programme, Menge aller Loop-Programme,
9. Menge aller partiell rekursiven Funktionsterme.

Aufgabe 10.4:

Wie lässt sich zu jeder entscheidbaren

1. Sprache $L \subseteq \{a, b\}^*$ eine TM M_L konstruieren, welche alle Wörter in L in quasi-lexikographischer Reihenfolge hintereinander auf das Band schreibt?
2. Menge $L \subseteq \mathbb{N}$ eine Funktion $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ konstruieren, die auf Eingabe $n \in \mathbb{N}$ den n -t-kleinsten Wert in L zurückgibt?

Aufgabe 10.5:

Zeigen Sie, dass das spezielle Halteproblem H_S rekursiv aufzählbar ist.

Aufgabe 10.6:

Zeigen Sie, dass die Menge, REC und RE (auf Wörtern aus X^*) unter den Sprachoperationen $\circ$, $*$ und R abgeschlossen sind.