

**5. Übung im Modul „Modellierung“**

Wintersemester 2024/25

zu lösen bis 13. November 2024

**Aufgabe 5.1**

Welche der folgenden Aussagen gelten:

$$\begin{aligned} \text{a.} \quad & \text{Mod}((p \rightarrow \neg q) \wedge (p \vee q)) \subseteq \text{Mod}((p \wedge \neg p) \wedge q) \\ & \text{Mod}((p \wedge q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \wedge (p \vee q)) \subseteq \text{Mod}((p \wedge \neg p) \wedge q) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b.} \quad & \{p \rightarrow \neg q, p \vee q\} \models (p \wedge \neg p) \wedge q \\ & \{p \wedge q, p \rightarrow \neg q, p \vee q\} \models (p \wedge \neg p) \wedge q \end{aligned}$$

**Aufgabe 5.2**Gegeben ist die Formelmenge  $\Phi = \{\neg(a \wedge \neg b), \neg b \vee c\}$ 

- a. Welche der folgenden Formeln sind semantische Folgerungen aus  $\Phi$ ?
  - (1)  $\neg(a \wedge b)$
  - (2)  $\neg a \vee c$
- b. Geben Sie eine Formel  $\psi$  an, die die Aussagenvariable  $c$  nicht enthält, so dass die Formel  $c$  eine semantische Folgerung aus der Formelmenge  $\Phi \cup \{\psi\}$  ist.
- c. Geben Sie eine Formel  $\varphi$  an, so dass die Formelmenge  $\Phi \cup \{\varphi\}$  unerfüllbar ist.

**Aufgabe 5.3**

Untersuchen Sie mit dem aussagenlogischen Resolutionsverfahren, ob die Formel  $\psi = (a \wedge b)$  aus der Formelmenge  $\Phi = \{(c \wedge d) \rightarrow e, c \vee f, d \vee f, d \rightarrow a, e \rightarrow b, \neg f\}$  folgt.

**Aufgabe 5.4**

- a. Beschreiben Sie die folgenden Sachverhalte durch logische Formeln:  
Tom hat drei Paar Schuhe: ein Paar rote Stiefel, ein Paar blaue Stiefel und ein Paar grüne Halbschuhe. Er trägt immer genau eines dieser Paare.
  - Seine grünen Schuhe trägt er immer, wenn kein Schnee liegt.
  - Liegt Schnee, dann trägt er Stiefel.
  - Wenn die Sonne nicht scheint, trägt er seine gelbe Jacke.
  - Seine Freundin mag kein Rot, deshalb trägt er nie etwas rotes, wenn er sie besucht.
  - Tom trägt nie gelb und blau zugleich.

Geben Sie auch die Bedeutungen aller von Ihnen verwendeten Aussagenvariablen an.

- b. Bei welchem Wetter kann Tom seine Freundin mit Jacke besuchen?
- c. Welche Schuhe trägt er dabei?
- d. Begründen Sie Ihre Antworten, positive durch aussagenlogische Resolution, negative durch Gegenbeispiele.

## Aufgabe 5.5

Bei Anwendung der Resolutionsregel auf zwei Klauseln einer Klauselmenge  $\Phi$  entsteht die Resolvente  $r$ , die genau ein Literal und seine Negation aus den ursprünglichen Klauseln nicht enthält. Dabei gilt  $\text{Mod}(\Phi) = \text{Mod}(\Phi \cup \{r\})$ .

Zeigen Sie, dass man nicht zwei verschiedene Literale und ihre Negationen gleichzeitig eliminieren kann (z.B. zur Klauselmenge  $\{a \vee b \vee c, \neg a \vee \neg b \vee c\}$  die Klausel  $\{c\}$  hinzufügen), ohne die Modellmenge zu ändern.