

**15. Übung im Modul „Modellierung“**

Wintersemester 2024/25

zu lösen bis 2. Februar 2025

**Aufgabe 15.1**

In dieser Aufgabe geht es um Realisierungen des in der Vorlesung vorgestellten ADT zu Mengen natürlicher Zahlen. Alle Mengen sollen endlich sein.

- a. Geben Sie eine Realisierung des ATD an, in welchem die Mengen durch geordnete Folgen natürlicher Zahlen ohne Wiederholungen repräsentiert werden (z.B. die Menge  $M = \{6, 2, 3\}$  durch die Folge  $[2, 3, 6]$ ).

Die Trägermenge in diesem konkreten Datentypen ist also

$$A = \{(i_1, \dots, i_n) \in \mathbb{N}^* \mid \forall k \in \{1, \dots, n-1\} : i_k < i_{k+1}\}$$

Geben Sie Implementierungen (in Pseudocode) der Operationen `contains`, `add`, `remove`, `isempty` und `∅` auf dieser Trägermenge an.

Weisen Sie nach, dass Ihre Implementierungen alle auf der Folie angegebenen Axiome erfüllen.

- b. Geben Sie eine Realisierung des ATD an, in welchem die Mengen durch ihre charakteristischen Vektoren (der relevante endliche Teil der charakteristischen Funktion, bis einschließlich der letzten 1) repräsentiert werden (z.B. die Menge  $M = \{6, 2, 3\}$  durch den Vektor  $[\chi_M(0), \chi_M(1), \chi_M(2), \chi_M(3), \chi_M(4), \chi_M(5), \chi_M(6)] = [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1]$ ).

Die Trägermenge in diesem konkreten Datentypen ist also

$$B = \{v \in \{0, 1\}^* \mid v_{|v|} = 1\} \cup \{\varepsilon\}$$

Geben Sie Implementierungen (in Pseudocode) der Operationen `contains`, `add`, `remove`, `isempty` und `∅` auf dieser Trägermenge an.

Weisen Sie nach, dass Ihre Implementierungen alle auf der Folie angegebenen Axiome erfüllen.

- c. Geben Sie eine weitere, von den oben angegebenen verschiedene, Realisierung des ATD an. Geben Sie auch für diese Realisierung Implementierungen (in Pseudocode) der Operationen `contains`, `add`, `remove`, `isempty` und `∅` an.

Weisen Sie nach, dass Ihre Implementierungen alle auf der Folie angegebenen Axiome erfüllen.

**Aufgabe 15.2**

- a. Ergänzen Sie die Spezifikation des in der Vorlesung vorgestellten ADT zu Mengen natürlicher Zahlen um sinnvolle Axiome, die korrekte Eigenschaften und Zusammenhänge zwischen den Mengenoperationen  $\cup$  (union),  $\cap$  (cut),  $\setminus$  (diff) und der Konstante  $\emptyset$  ausdrücken.
- b. Erweitern Sie auch die in der Vorlesung vorgestellten konkreten Datentypen um die Implementierungen (Pseudocode) dieser Operationen und begründen Sie, warum Ihre Implementierungen alle von Ihnen angegebenen Axiome erfüllen.

**Aufgabe 15.3**

Spezifizieren Sie die folgenden informal beschriebenen Berechnungsprobleme, indem Sie jeweils alle relevanten Vor- und Nachbedingungen formal angeben:

- a. Gesucht sind alle Teiler einer gegebenen natürlichen Zahl.
- b. In einer gegebenen  $(m \times n)$ -Matrix von natürlichen Zahlen soll der größte Eintrag bestimmt werden.

- c. Die Menge aller Schnittpunkte zweier gegebenen Geraden soll bestimmt werden.
- d. Gesucht sind alle Infixe einer gegebenen Zeichenkette.
- e. Gesucht sind alle Positionen in einer gegebenen Zeichenkette, an der ein gegebenes Symbol steht.
- f. Gesucht sind alle Positionen in einer gegebenen Zeichenkette, an der eine gegebene (Teil-)Zeichenkette beginnt.

## Aufgabe 15.4

Zu welcher informalen Aufgabenstellung gehört die folgende Spezifikation:

**Vorbedingung:** Eingabe  $x \in \mathbb{N}$ ,  $y \in \mathbb{N}$

**Nachbedingung:** Ausgabe  $(z_1, z_2) \in \mathbb{N}^2$  mit

- a.  $z_1 \geq z_2$  und
- b.  $(z_1 = x \text{ und } z_2 = y)$  oder  $(z_1 = y \text{ und } z_2 = x)$

Geben Sie einen Algorithmus an, welcher diese Spezifikation erfüllt.