HTWK Leipzig, Fakultät IM

Prof. Dr. Sibylle Schwarz sibylle.schwarz@htwk-leipzig.de

9. Übung zu Theoretische Informatik: Automaten und formale Sprachen
Sommersemester 2025 zu lösen bis 17. Juni 2025

Aufgabe 9.1:

Zeigen Sie mit Hilfe der in der Vorlesung demonstrierten Verfahren, dass die folgenden Sprachen nicht regulär sind

$$\begin{aligned} L_1 &= \{a^{3n}b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\} \\ L_2 &= \{ab^n ab^n a \mid n \in \mathbb{N}\} \\ L_3 &= \{w \in \{a,b,c\}^* \mid |w|_a = |w|_c\} \\ L_4 &= \{a^n b^m c^k d^m \mid m,n,k \in \mathbb{N}\} \\ L_5 &= \{a^{(2^n)} \mid n \in \mathbb{N}\} \end{aligned}$$

Welche dieser Sprachen sind kontextfrei? Begründen Sie Ihre positiven Antworten jeweils durch Angabe einer kontextfreien Grammatik G_i mit $L_i = L(G_i)$.

Aufgabe 9.2:

a. Finden Sie eine kontextfreie Grammatik G_1, welche die Sprache
   $L_1 = \{a^m b^n \mid 0 < 2n < m\}$ erzeugt.
   Geben Sie einen Ableitungsbaum für $aaaaabb$ in G_1 an.

b. Finden Sie eine kontextfreie Grammatik G_2, welche die Sprache
   $L_2 = \{a^m b^n \mid m > 0 \land n > 0 \land m \neq n\}$ erzeugt.
   Hinweis: Die Sprache L_2 lässt sich als Vereiningung zweier kontextfreier Sprachen darstellen.
   Geben Sie einen Ableitungsbaum für $aaabb$ in G_2 an.

c. Finden Sie eine kontextfreie Grammatik G_3, welche die Sprache
   $L_3 = \{a^m b^n \mid 0 < m \leq n\}$ erzeugt.
   Geben Sie einen Ableitungsbaum für $aabbb$ in G_3 an.

d. Geben Sie die Sprache $\overline{L_3}$ an. Ist $\overline{L_3}$ kontextfrei? Begründen Sie.

Aufgabe 9.3:

Zeigen Sie mit Hilfe der in der Vorlesung demonstrierten Verfahren, dass die von der Grammatik $G = (\{S\}, \{a,b\}, \{S \to aSS|b\}, S)$ erzeugte Sprache $L(G)$ nicht regulär ist.

Aufgabe 9.4:

a. Zeigen Sie, dass die Grammatik $G = (\{S,A,B,C\}, \{a,b,c\}, P, S)$ mit
   $P = \{S \to aB|Ac|Cba|bcba, A \to ab, B \to bc, C \to bC|c\}$ nicht eindeutig ist.

b. Welche Sprache erzeugt diese Grammatik?

c. Finden Sie eine zu G äquivalente eindeutige Grammatik.