
8. Übung zu Theoretische Informatik: Automaten und formale Sprachen

Sommersemester 2025

zu lösen bis 10. Juni 2025

Aufgabe 8.1:

Zeigen Sie, dass für jeden vollständigen DFA $A = (X, Q, \delta, \{i\}, F)$ die Relation \sim_A eine Äquivalenzrelation auf Q ist.

Aufgabe 8.2:

Konstruieren Sie nach den in der Vorlesung vorgestellten Verfahren zum NFA

$A = (\{a, b\}, \{1, 2, 3\}, \delta, \{1\}, \{2, 3\})$ mit $\delta(a) = \{(1, 2), (3, 1)\}$ und $\delta(b) = \{(2, 2), (2, 3)\}$

- einen vollständigen DFA B mit $L(B) = L(A)$,
- für jeden Zustand $i \in \{1, 2, 3\}$ die Sprache $L(A_i)$,
- den Minimalautomaten C mit $L(C) = L(A)$,
- eine reguläre Grammatik G mit $L(G) = L(A)$.

Aufgabe 8.3:

Finden Sie nach den in der Vorlesung vorgestellten Verfahren für die Sprachen

$L = \{a^n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n \in 3\mathbb{N} + 1\}$ und $L' = \{a^n \mid n \in 4\mathbb{N} + 3\}$

- den Minimalautomaten A für L
- den Minimalautomaten B für L'
- einen NFA C mit $L(C) = L \setminus L'$
- eine reguläre Grammatik G mit $L(G) = L \Delta L'$.

Aufgabe 8.4:

Konstruieren Sie nach den in der Vorlesung vorgestellten Verfahren zum regulären Ausdruck $E = (a^* + b)^*b$

- einen NFA A mit $L(A) = L(E)$,
- den Minimalautomaten B der Sprache $L(E)$.
- eine reguläre Grammatik G mit $L(G) = L(E)$

Aufgabe 8.5:

Zeigen Sie, dass die beiden folgenden Aussagen äquivalent sind

$\forall L, L', L'' \subseteq X^* : ((L \cap L' = L'' \wedge L \in \text{REC(NFA)} \wedge L' \in \text{REC(NFA)}) \rightarrow L'' \in \text{REC(NFA)})$

$\forall L, L', L'' \subseteq X^* : ((L \cap L' = L'' \wedge L' \in \text{REC(NFA)} \wedge L'' \notin \text{REC(NFA)}) \rightarrow L \notin \text{REC(NFA)})$

Selbsttest-Aufgabe 8.6:

Geben Sie zu jeder der folgenden Sprachen L_i

- eine reguläre Grammatik G_i mit $L_i = L(G_i)$,
- einen NFA A_i mit $L_i = L(A_i)$,
- den Minimalautomaten B_i für L_i ,
- und einen möglichst kurzen regulären Ausdruck E_i mit $L_i = L(E_i)$ an.

$$L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| = 3\}$$

$$L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b = 3\}$$

$$L_3 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \equiv 1 \pmod{2}\}$$

$$L_4 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a < 3 \wedge |w|_b \equiv 1 \pmod{2}\}$$

$$L_5 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a \equiv 0 \pmod{2} \wedge |w|_b \equiv 1 \pmod{2}\}$$

$$L_6 = \{w \in \{0, 1\}^+ \mid w \text{ ist die Binärdarstellung eines } n \in \mathbb{N} \text{ mit } 4|n\}$$

$$L_7 = \{w \in \{0, 1, \dots, 9\}^+ \mid w \text{ ist die Dezimaldarstellung eines } n \in \mathbb{N} \text{ mit } 4|n\}$$

$$L_8 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w_1 = w_{|w|}\}$$