
6. Übung zu Theoretische Informatik: Automaten und formale Sprachen

Sommersemester 2025

zu lösen bis 20. Mai 2025

Aufgabe 6.1:

- Finden Sie mit Hilfe der Potenzmengenkonstruktion einen vollständigen DFA B , der zum NFA $A = (\{a, b\}, \{0, 1, 2\}, \delta, \{0, 1\}, \{2\})$ mit $\delta(a) = \{(0, 0)\}$ und $\delta(b) = \{(0, 0), (0, 1), (1, 2)\}$ äquivalent ist.
- Geben Sie einen regulären Ausdruck E mit $L(E) = L(A)$ an.
- Geben Sie einen zu A äquivalenten NFA C an, der genauso viele Zustände wie A hat, aber weder zu A noch zu B isomorph ist.
- Gibt es einen zu A äquivalenten NFA, der weniger Zustände als A hat? Warum?

Aufgabe 6.2:

Wir betrachten die Sprachen $L_n = \{w \in \{a, b\}^* \mid w_{|w|-n} = a\}$.

(L_n ist also die Menge aller Wörter in $\{a, b\}^*$ mit mindestens $n + 1$ Symbolen, in denen an Stelle $n + 1$ von rechts ein a steht.)

Beispiele: $aba \in L_0, a \in L_0, ab \notin L_0, bab \in L_1, a \notin L_1, ba \notin L_1, abb \in L_2, a \notin L_2, baa \notin L_2$

- Geben Sie einen NFA mit möglichst wenigen Zuständen an, der die Sprache L_0 akzeptiert.
- Geben Sie einen vollständigen DFA an, der die Sprache L_0 akzeptiert.
- Warum gibt es keinen vollständigen DFA mit weniger als 2 Zuständen, der die Sprache L_0 akzeptiert?
- Geben Sie einen NFA mit möglichst wenigen Zuständen an, der die Sprache L_2 akzeptiert.
- Geben Sie einen vollständigen DFA an, der die Sprache L_2 akzeptiert.
- Warum gibt es keinen vollständigen DFA mit weniger als 8 Zuständen, der die Sprache L_2 akzeptiert?
- Geben Sie einen NFA mit möglichst wenigen Zuständen an, der die Sprache L_n akzeptiert.
- Warum gibt es keinen vollständigen DFA mit weniger als 2^{n+1} Zuständen, der die Sprache L_n akzeptiert?

Aufgabe 6.3:

In der Vorlesung wurde eine Konstruktion eines NFA für die Sprache $\overline{L(A)}$ aus einem gegebenen vollständigen DFA A vorgestellt.

Zeigen Sie, dass der Automat A beide Bedingungen (vollständig und deterministisch) erfüllen muss, damit die vorgestellte Konstruktion zu einem korrekten Ergebnis führt.

Das kann man durch Angabe zweier Automaten als Gegenbeispiele zeigen:

- ein vollständiger, aber nicht deterministischer NFA A , für den die Konstruktion zu einem Automaten B mit $L(B) \neq \overline{L(A)}$ führt.
- ein deterministischer, aber nicht vollständiger NFA A , für den die Konstruktion zu einem Automaten B mit $L(B) \neq \overline{L(A)}$ führt.

Aufgabe 6.4:

In der Vorlesung wurde betont, dass in den vorgestellten Konstruktionen des NFA für Vereinigung zweier NFA-akzeptierbarer Sprachen mitunter eine Umbenennung der Zustände eines Automaten notwendig ist. Geben Sie ein Beispiel (ein NFA A und ein NFA B) an, für welches die in der Vorlesung vorgestellte Konstruktion ohne Umbenennung zu einem falschen Ergebnis führt.