

5. Übung zu Theoretische Informatik: Automaten und formale Sprachen

Sommersemester 2025

zu lösen bis 13. Mai 2025

Aufgabe 5.1:

Gegeben ist der NFA $A = (\{a, b\}, \{0, 1, 2\}, \delta, \{0\}, \{2\})$ mit $\delta(a) = \{(0, 0), (0, 2)\}$ und $\delta(b) = \{(0, 0), (0, 1), (1, 2), (2, 0)\}$.

- Zeichnen Sie den NFA A als Graphen.
- Ist dieser NFA A vollständig?
- Ist dieser NFA A deterministisch?
- Stellen Sie für die folgenden Wörter fest, ob der NFA A das Wort akzeptiert.

$\varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, abb, bba, bab, ababbaba, bbbab$

Geben Sie für die akzeptierten Wörter je einen akzeptierenden Pfad an.

- Welche Sprache akzeptiert dieser NFA?

Aufgabe 5.2:

Zeigen Sie, dass die Isomorphie von NFA eine Äquivalenzrelation ist.

Aufgabe 5.3:

Welche der folgenden NFA mit $= \{\heartsuit, \diamond\}$ sind isomorph? (Begründung für alle Paare)

- $A = (X, Q_A, \delta_A, I_A, F_A)$ mit $Q_A = \{1, 2, 3, 4\}$, $I_A = \{1, 3\}$, $F_A = \{3, 4\}$,
 $\delta_A(\heartsuit) = \{(1, 4), (2, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3)\}$ und $\delta_A(\diamond) = \{(1, 1), (2, 1), (3, 3), (3, 4)\}$
- $B = (X, Q_B, \delta_B, I_B, F_B)$ mit $Q_B = \{a, b, c, d\}$, $I_B = \{a, b\}$, $F_B = \{c, d\}$
 $\delta_B(\heartsuit) = \{(a, d), (b, a), (b, d), (c, b), (d, b)\}$ und $\delta_B(\diamond) = \{(a, c), (c, c), (d, d), (d, b)\}$
- $C = (X, Q_C, \delta_C, I_C, F_C)$ mit $Q_C = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$, $I_C = \{\alpha, \beta\}$, $F_C = \{\alpha, \gamma\}$,
 $\delta_C(\heartsuit) = \{(\alpha, \gamma), (\beta, \gamma), (\gamma, \delta), (\gamma, \alpha), (\delta, \alpha)\}$ und $\delta_C(\diamond) = \{(\alpha, \alpha), (\alpha, \gamma), (\beta, \beta), (\delta, \beta)\}$

Aufgabe 5.4:

- Zeigen Sie, dass jede endliche Sprache NFA-akzeptierbar ist.
- Finden Sie einen NFA, der genau die (endliche) Sprache von Palindromen $L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^* \wedge |w| < 3\}$ akzeptiert.
- Finden Sie einen regulären Ausdruck E , so dass für die Sprache L aus der vorigen Teilaufgabe gilt $L = L(E)$.

Aufgabe 5.5:

- a. Zeigen Sie, dass für jede NFA-akzeptierbare Sprache L auch die Sprache L^R NFA-akzeptierbar ist.
- b. Bestimmen Sie zum NFA $A = (\{a, b, c\}, \{0, 1, 2, 3\}, \delta, \{0, 1\}, \{1, 2\})$ mit
- $$\delta(a) = \{(0, 0), (1, 1), (3, 2)\}, \delta(b) = \{(0, 2), (3, 1)\}, \delta(c) = \{(2, 3), (3, 3)\}$$
- (a) die Sprache $L(A)$,
- (b) drei verschiedene Wörter der Länge 5 aus $L(A)$,
Zeigen Sie $w \in L(A)$ für jedes dieser Wörter w , indem Sie einen akzeptierenden Pfad für w in A angeben.
- (c) drei verschiedene Wörter der Länge 5 aus $\overline{L(A)}$,
- (d) die Sprache $L(A)^R$,
- (e) einen NFA B mit $L(B) = L(A)^R$,
- (f) drei verschiedene Wörter der Länge 5 aus $L(B)$,
- (g) drei verschiedene Wörter der Länge 5 aus $\overline{L(B)}$,
- (h) Zeigen Sie, dass $L(B) = L(A)^R$ gilt.

Aufgabe 5.6:

- a. Zeigen Sie, dass Äquivalenz von NFA eine Äquivalenzrelation ist.
- b. Zeigen Sie, dass isomorphe NFA immer äquivalent sind.