HTWK Leipzig, Fakultät IM

Prof. Dr. Sibylle Schwarz sibylle.schwarz@htwk-leipzig.de

2. Übung zu Theoretische Informatik: Automaten und formale Sprachen
Sommersemester 2025 zu lösen bis 22. April 2025

Aufgabe 2.1:

Finden Sie für das Alphabet $\{a, b, c\}$ und das Wortersetzungssystem
$S = \{a \to cbac, bc \to bacb, bb \to c\}$ eine Ableitung von acc zu $cbaccacccc$.

Aufgabe 2.2:

Finden Sie für das Alphabet $A = \{a, b\}$ und das Wortersetzungssystem
$S = \{ab \to ba\}$

a. die Menge aller Wörter $v \in A^*$ der Länge 7, auf welches keine Regel aus S angewendet werden kann.

b. die Menge aller Wörter $w \in A^*$ der Länge 7, von welchem eine Ableitung der Länge 12 existiert. Geben Sie für das lexikographisch kleinste Wort in dieser Menge die Ableitung der Länge 12 an.

Aufgabe 2.3:

Finden Sie für das Alphabet $\{a, b, c\}$ und das Wortersetzungssystem
$S = \{ba \to ab, cb \to bc, ca \to ac\}$ möglichst lange Ableitungen von den Startwörtern $ccbbaa$ und $cbacbcacbcba$.

Aufgabe 2.4:

Die folgende induktive Definition definiert eine Sprache $L \subseteq \{a, b\}^*$:

IA: $b \in L$

IS: Aus $u \in L$ und $v \in L$ folgt $auv \in L$

- L enthält nur die auf diese Art erzeugten Wörter.

(Hinweis: Es gilt also z.B. $b \in L, ababb \in L$, aber $abbab \notin L$.)

a. Geben Sie alle Wörter der Länge ≤ 8 in L an.

b. Geben Sie das längste in einem dieser Wörter vorkommende Palindrom an.

c. Geben Sie ein Wortersetzungssystem S und ein Anfangswort w mit $L = L(S, w)$ an.

d. Zeigen Sie, dass $L = L(S, w)$ gilt

e. Zeigen Sie, dass sie Länge jedes Wortes in L ungerade ist.

f. Zeigen Sie, dass für jedes $w \in L$ gilt $|w|_b = |w|_a + 1$.

Aufgabe 2.5:

a. Zeigen Sie, dass für jedes endliche Alphabet A die Menge $\mathsf{SRS}(A)$ aller (Definitionen der) Wortersetzungssysteme über A eine reguläre Sprache ist.

b. Geben Sie dazu einen regulären Ausdruck $E(A)$ mit $L(E(A)) = \mathsf{SRS}(A)$ an.

c. Zeigen Sie, dass für $A = \{a, b, c\}$ alle Wortersetzungssysteme aus den vorigen Aufgaben Wörter der Sprache $L(E(A))$ ist.

Aufgabe 2.6:

Lineares Solitaire (Steckhalma) wird wie folgt gespielt:
Ausgangskonfiguration: $2n$ Spielsteine, genau ein leeres Feld in der Mitte, rechts und links davon jeweils n unmittelbar benachbarte Steine.
Spielzug: Springe mit einem Stein über *genau einen benachbarten* Stein auf das *freie* Feld dahinter und entferne den übersprungenen Stein.

a. Beschreiben Sie das lineare Solitär-Spiel durch ein Wortersetzungssystem (Alphabet, Konfigurationen, Ersetzungsregeln).

b. Finden Sie für die Ausgangskonfiguration mit 8 Steinen zwei verschiedene Ableitungen.

c. Finden Sie alle von der Konfiguration aus fünf benachbarten Steinen und rechts und links je einem zusätzlichen leeren Feld erreichbaren Wörter, auf welche keine Regel anwendbar ist.