

10. Übung zu Theoretische Informatik: Automaten und formale Sprachen

Sommersemester 2025

zu lösen bis 24. Juni 2025

Aufgabe 10.1:

- a. Untersuchen Sie, ob die von folgenden Grammatiken G_1 und G_2 erzeugten Sprachen leer, endlich (und nicht leer) oder unendlich sind. Begründen Sie Ihre Antworten.

$$G_1 = (\{S, A, B\}, \{0, 1\}, \{S \rightarrow AB|1AS0, A \rightarrow 00|B0, B \rightarrow 0B0|S01A\}, S)$$

$$G_2 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow A|B|a, A \rightarrow aA|aAAb|BaB, B \rightarrow Bb|aA|b\}, S)$$

- b. Konstruieren Sie zu jeder dieser Grammatiken eine äquivalente Grammatik in Chomsky-Normalform.

Aufgabe 10.2:

Für jede der folgenden Sprachen:

- $L_D =$ Dyck-Sprache mit einem Klammerpaar $\{a, b\}$
- $L_L =$ Łukasiewicz-Sprache
- $L_P =$ Menge aller Palindrome ungerader Länge über $\{a, b, c\}$

- a. Geben Sie eine Grammatik in Chomsky-Normalform an, welche die Sprache erzeugt.
 b. Überprüfen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob

$$\begin{aligned} aabbabaababb \in L_D, & \quad aabbababb \in L_L, & \quad bbabaababb \in L_P \\ aabbabbabab \in L_D, & \quad aabbababb \in L_L, & \quad bbabababb \in L_P \end{aligned}$$

- c. Zeigen Sie, dass die Sprache nicht regulär ist.

Aufgabe 10.3:

In der Vorlesung wurde darauf hingewiesen, dass zur Erzeugung einer reduzierten aus einer beliebigen kontextfreien Grammatik die beiden Schritte

1. Eliminierung der nicht-erzeugenden Nichtterminale
2. Eliminierung der nicht-erreichbaren Nichtterminale

in dieser Reihenfolge auszuführen sind.

Finden Sie eine kontextfreie Grammatik, für welche die Ausführung beider Schritte in umgekehrter Reihenfolge nicht zu einer reduzierten Grammatik führt.

Aufgabe 10.4:

Gegeben sind die Grammatiken

- a. $G_1 = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b, c\}, P, S)$ mit
 $P = \{S \rightarrow AD|AB, A \rightarrow a|b, B \rightarrow a|c, C \rightarrow AB|AD|c, D \rightarrow CB\}$.

Bestimmen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob gilt

(a) $aabccca \in L(G_1)$

(b) $abacb \in L(G_1)$

- b. $G_2 = (\{S, A, B, C\}, \{a, b\}, P, S)$ mit
 $P = \{S \rightarrow bSb|bb|C, A \rightarrow baS, B \rightarrow a, C \rightarrow aC|B\}$

Bestimmen Sie mit dem CYK-Algorithmus, ob gilt

(a) $bbaaabb \in L(G_2)$

(b) $bbbbba \in L(G_2)$

Geben Sie für die Wörter, die durch die Grammatiken erzeugt werden, auch Ableitungsbäume in der entsprechenden Grammatik an.