

2. Übung zur Vorlesung „Fortgeschrittene Programmierung“

Sommersemester 2020

zu lösen bis 22. April 2020

Aufgabe 2.1:

Gegeben ist das TRS $S = \{f(x, y) \rightarrow f(y, x), f(x, y) \rightarrow x\}$.

Geben Sie eine Ableitung des Terms $f(a, f(a, b))$ in S zum Term b an.

Stellen Sie die Terme in dieser Ableitung als Bäume dar und geben Sie bei jedem Schritt die verwendete Regel und die Position im Term an, an der die Regel angewendet wird.

Aufgabe 2.2:

Bestimmen Sie für jedes der folgenden TRS R_i an, ob es ein Konstruktor-TRS ist.

Falls ja, geben Sie auch die Mengen der Konstruktoren und der definierten Symbole, jeweils mit ihrem Typ an.

- $R_1 = \{a(b(x)) \rightarrow b(a(x))\}$ über der Signatur $\Sigma_1 = \{a :: A, b :: A\}$
- $R_2 = \{f(s(x), y) \rightarrow s(f(x, y)), f(z, x) \rightarrow x\}$
über der Signatur $\Sigma_2 = \{f :: A \rightarrow A \rightarrow A, s :: A \rightarrow A, z :: A\}$,
- $R_3 = \{f(f(x, y), z) \rightarrow f(x, f(y, z))\}$ über der Signatur $\Sigma_3 = \{f :: A \rightarrow A \rightarrow A\}$,
- $R_4 = \{h(f(x, y)) \rightarrow g(h(x), h(y)), h(k) \rightarrow l\}$ über der Signatur
 $\Sigma_4 = \{f :: A \rightarrow A \rightarrow A, g :: B \rightarrow B \rightarrow B, h :: A \rightarrow B, k :: A, l :: B\}$

Aufgabe 2.3:

Stellen Sie das Haskell-Programm im Buch auf S. 30 unten im grauen Block als TRS dar.

Geben Sie zwei verschiedene Ableitungen der Normalform des folgenden Terms an:

```
xor ( xor ( xor True True ) False ) ( xor True False )
```

Stellen Sie dabei alle Terme als Bäume dar.

Aufgabe 2.4:

Gegeben ist das Haskell-Programm

```
double, quad :: Integer -> Integer
double x = x + x
quad x = double (double x)
```

Geben Sie zwei verschiedene Berechnungen der Normalform des Terms `double (quad 2)` im TRS zu diesem Programm an.

Aufgabe 2.5:

Definieren Sie eine Haskell-Funktion `eq2of3`, die genau dann `True` zurückgibt, wenn genau zwei der drei ganzzahligen Eingaben gleich sind, sonst `False`.

Geben Sie eine Berechnung der Normalform des Terms

```
xor (eq2of3 1 2 1) (eq2of3 1 3 2)
```

im durch dieses und das Programm aus Aufgabe 2.3 repräsentierten TRS an.

Aufgabe 2.6:

Gegeben sind die Funktionsdefinitionen aus Aufgabe 1.3 und der Term

`eq3 (sum3 3 2 (square 2)) (mini (sum3 3 2 2) (square 2)) (square 3)`

Geben Sie Typ und Wert dieses Terms an.

Zeigen Sie durch eine Folge schrittweiser Anwendungen der Funktionsdefinitionen aus den Lösungen zu 1.3, dass der Term

`eq2 (sum3 3 2 (square 2)) (mini (sum3 3 2 2) (square 2)) (square 3)`

diesen Wert hat.