

Strukturelle Induktion über Bäume

data $BT a = \text{leaf} / \text{branch } (BT a) a (BT a)$

$ds :: BT \text{Nat} \rightarrow BT \text{Nat}$

$ds\ t = \text{case } t \text{ of}$

$\text{leaf} \rightarrow \text{leaf}$

$\text{branch } l\ r \rightarrow \text{branch } (ds\ l)\ (ds\ r)$

Sum :: $BT \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$

$\text{sum } t = \text{case } t \text{ of}$

$\text{leaf} \rightarrow 2$

$\text{branch } l\ r \rightarrow \text{plus } k$
($\text{plus } (\text{sum } l)$
($\text{sum } r$))

zu zeigen: $\text{Ht} :: BT \text{Nat} : \boxed{\text{sum } (ds\ t) = ds\ (\text{sum } t)}$

Induktion über t

IA: $t = \text{leaf}$

$$\frac{\text{sum } ds}{\text{leaf}} = \text{leaf}$$

$$\frac{\text{sum } 2}{\text{leaf}} = 2$$

$$\frac{\text{sum } d}{\text{leaf}} = \text{sum } d$$

IS: $t = \text{branch } l\ r$

$$\text{IHr: } \frac{\boxed{\text{sum } d} \quad \boxed{\text{sum } r}}{\text{sum } ds} = \text{sum } d$$

$$\text{z.z. } \frac{\boxed{\text{sum } d} \quad \boxed{\text{sum } r}}{\text{sum } ds} = \text{sum } d$$

"UA"

$$\frac{\frac{\frac{\text{sum } d}{\text{leaf}} \quad \frac{\text{sum } r}{\text{leaf}}}{\text{sum } ds} \quad \frac{\text{sum } d}{\text{leaf}}}{\text{sum } ds} = \text{sum } d$$