Was bisher geschah

- Daten, Information, Wissen
- Wissensrepräsentation und -verarbeitung
- Wissensbasierte Systeme

Wissensrepräsentation:

- Zustandsübergangssystem:
  Graph mit markierten Knoten
  (Zustände und deren Eigenschaften)
- Startzustand
- Eigenschaften der Zielzustände

Lösung: Pfad vom Start- zu einem Zielzustand

Wissensverarbeitung: Suche im Graphen

uninformiert: Breiten-, Tiefen-, Gleiche-Kosten-Suche

informiert: heuristische, Greedy-, A*-Suche

Zwei-Personen-Spiele

Brettspiel

- aktueller Spielzustand immer für beide Spieler sichtbar (vollständige Information)
- einer gewinnt, der andere verliert (Nullsummenspiel)

Wissensrepräsentation (Spielbaum):

- Menge von Zuständen (Min- und Max-Zustände)
- Startzustand
- Endzustände (ohne Fortsetzung)
- Nachfolgermenge $S(v)$ = Menge von Zuständen (nach zulässigen Zügen)
- Bewertungsfunktion: Menge der Endzustände $\rightarrow \mathbb{Z}$
  - positiv: Spieler (1, Max, beginnt) gewinnt
  - negativ: Gegner (0, Min) gewinnt

Beispiel Nim (Variante)

- n Münzen auf einem Stapel
- Spielzug: Teilen eines Stapels in zwei nichtleere Stapel ungleicher Größe
- Sobald ein Spieler keinen Zug mehr ausführen kann, hat er verloren (und der andere gewonnen).

(eine mögliche) Modellierung als Zustandsübergangssystem:

Zustände: $S : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ (Multimenge)
Münzanzahl $\mapsto$ Anzahl der Stapel mit dieser Zahl an Münzen

Startzustand: $S(n) = 1 \wedge \forall i \neq n : S(i) = 0$

Endzustände: kein Zug möglich

Übergänge: (erlaubte Züge) für $x = x_1 + x_2 \wedge x_1 \neq x_2 \wedge x_1 x_2 \neq 0$:
$S \to S'$ mit
$S'(x) = S(x) - 1$
$\wedge S'(x_1) = S(x_1) + 1 \wedge S'(x_2) = S(x_2) + 1$
$\wedge \forall i \in \mathbb{N} \setminus \{x, x_1, x_2\} : S'(i) = S(i)$

Minimax-Werte in vollständigen Spielbäumen

- vollständiger Spielbaum $B = (V, E)$
- Bewertung der Endzustände (Blätter im Spielbaum) bekannt
- Fortsetzung der Bewertungsfunktion von den Blättern auf alle Knoten im Spielbaum $b : V \to \mathbb{Z}$

rekursive Berechnung (Minimax-Algorithmus) des Wertes eines Knotens v im Spielbaum:

$$m(v) = \begin{cases} b(v) & \text{falls } v \text{ Endzustand} \\ \max\{m(u) \mid u \in S(v)\} & \text{falls } v \text{ Max-Knoten} \\ \min\{m(u) \mid u \in S(v)\} & \text{falls } v \text{ Min-Knoten} \end{cases}$$

Beispiele (Tafel):

- Spielbaum,
- Nim mit $n = 7$

Spielstrategie für Spieler 1 (Max):
Zug wählen, der zum Zustand mit höchstem Minimax-Wert führt

Minimax-Werte mit Heuristik

bei unvollständigem Spielbaum: Kombination von

- heuristischer Knotenbewertung
- Berechnung der Minimax-Werte

Beispiele (Tafel): Tic-Tac-Toe
mit Schätzfunktion für den Spieler am Zug:
Differenz der Anzahlen der noch nicht blockierten Gewinntripel

auch dabei Spielstrategie für Spieler 1 (Max):
Zug wählen, der zum Zustand mit höchstem Minimax-Wert führt

α-β-Suche

Idee: Tiefensuche mit Verwaltung zusätzlicher Werte

α : bisher höchster Minimax-Wert an Max-Positionen

β : bisher geringster Minimax-Wert an Min-Positionen

Bei Berechnung des Minimax-Wertes der Wurzel eines Teilbaumes Berechnungen für Enkel auslassen, sobald bekannt ist, dass sie α und β nicht verbessern können

α-β-Pruning: Abtrennen jedes Kindes v eines

min-Knotens u, falls $\beta(u) \leq \alpha(v)$
(min-Spieler kann durch Wahl eines zuvor untersuchten Kindes von u den geringeren Minimax-Wert $\beta(u)$ erreichen als durch Wahl von v)

max-Knotens u, falls $\alpha(u) \geq \beta(v)$
(max-Spieler kann durch Wahl eines zuvor untersuchten Kindes von u den höheren Minimax-Wert $\alpha(u)$ erreichen als durch Wahl von v)

Beispiel (Tafel)

Reading Group

Joseph K. Barker and Richard E Korf:
Solving Dots-And-Boxes
Proceedings of the Twenty-Sixth AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2012
`https://www.aaai.org/ocs/index.php/AAAI/AAAI12/paper/viewFile/5126/5218`

ÜA (zur Info):
Serie 3 aus Modul Grundlagen der Künstlichen Intelligenz