Was bisher geschah

Wissensrepräsentation und -verarbeitung durch

- Künstliche Neuronale Netze (insbes. auch CNN)
- Zustandsübergangssysteme
- Klassische Logiken
- Regelsysteme in klassischer Aussagen- und Prädikatenlogik
- Logische Programme (Prolog, Datalog)
- Nichtmonotonen Schließens bei unvollständigem Wissen (closed world assumption, schwache Negation)
- Beispiele zum Planen
- Answer Set Programming
- Mehrwertige Logiken, z.B. dreiwertige Łukasiewicz-Logik, Fuzzy-Logiken
- probbabilistisches Schließen, Bayes-Netze
- Motivation Kausale Inferenz (RG)

Kausale Hierarchie (WH RG)

Korrelation von Daten entsprechen nicht notwendig kausalen Zusammenhängen.

3 Schichten:

1. Beobachtung $P(x|y)$
2. Intervention $P(x|\mathrm{do}(y), z)$
   bedingte Wahrscheinlichkeit von $X = x$ unter der Bedingung, dass $Y = y$ gesetzt (würde) und $Z = z$ beobachtet wird
3. Counterfactuals $P(y_x|x', y')$

Kausales Modell

- Menge U von äußeren Variablen
  (außerhalb des Modells, beeinflussen aber Zusammenhänge innerhalb des Modells)
- Menge $V = \{V_1, \ldots, V_n\}$ von beobachteten inneren Variablen wobei jedes V_i von einer Menge $A_i \subseteq U \cup V \setminus \{V_i\}$ abhängt
- Menge von Funktionen $F = \{f_1, \ldots, f_n\}$ mit $v_i = f_i(a_i, u)$
- gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(u)$ über U

Kausal-Diagramm: DAG G,

- Knoten $U \cup V$
- Kanten $E \subseteq (U \cup V) \times V$ mit
  $\forall W \in (U \cup V)\ \forall i \in \{1, \ldots, n\} : (W, V_i) \in E \leftrightarrow V \in A_i$

d-Separation

Aus Eigenschaften (Teilgraphen) des DAG G lässt sich Unabhängigkeit von Variablenmengen A, B herleiten:

A und B sind d-separiert gdw. für jeden (ungerichteten) Pfad Q von A nach B (wenigstens) eine der folgenden Bedingungen gilt:

- Q enthält Kette (Teilgraph $u \to v \to w$) mit Beobachtung v
- Q enthält Verzweigung (Teilgraph $u \leftarrow v \to w$) mit Beobachtung v
- Q enthält Zusammenführung (Collider, Teilgraph $u \to v \leftarrow w$)

A und B sind d-separiert ($A \perp\!\!\!\perp B | C$) unter Voraussetzung C gdw.

$$P(A, B|C) = P(A|C)P(B|C)$$

Interventionen

Idee: $P(Y = y|\mathrm{do}(X = x))$ kann oft nicht experimentell bestimmt werden (unethisch oder aufwendig)

do-Kalkül: Regelsystem zur (schrittweisen) Transformation von Wahrscheinlichkeiten mit do in bedingte Wahrscheinlichkeiten

Aktion $\mathrm{do}(X = x)$

- beeinflusst das kausale Modell (DAG)
  $M \mapsto M_x$
- ordnet der Zufallsvariablen X den festen Wert x zu
- Löschen aller Eingangskanten zu X
- Wahrscheinlichkeitsverteilung nach Intervention:
  $P_M(y|\mathrm{do}(X = x)) = P_{M_x}(y)$

Diagramme zum Löschen von Ein- und Ausgängen $G_{\overline{X}}$, $G_{\underline{X}}$ (Tafel)

do-Kalkül (Pearl, 1995)

3 Regeln des do-Kalkül:
für disjunkte Variablenmengen X, Y, Z, W im DAG G

- Beobachtung (Z) ignorieren / einführen
  falls $(Y \perp\!\!\!\perp Z | X, W)$ in $G_{\overline{X}}$ (G mit gelöschten X-Eingängen):
  $$P(Y = y | \mathrm{do}(X = x), Z = z, W = w) = P(Y = y | \mathrm{do}(X = x), W = w)$$
- Aktion / Beobachtung (Z) tauschen (back-door-Kriterium)
  falls $(Y \perp\!\!\!\perp Z | X, W)$ in $G_{\overline{X}\underline{Z}}$
  (G mit gelöschten X-Ein- und Z-Ausgängen):
  $$\begin{aligned} & P(Y = y | \mathrm{do}(X = x), \mathrm{do}(Z = z), W = w) \\ = \; & P(Y = y | \mathrm{do}(X = x), Z = z, W = w) \end{aligned}$$
- Aktion $(\mathrm{do}(Z = z))$ ignorieren / einführen
  falls $(Y \perp\!\!\!\perp Z | X, W)$ in $G_{\overline{X}\,\overline{Z(W)}}$
  (G mit gelöschten X- und $Z(W)$-Eingängen,
  $Z(W) =$ Menge aller Knoten in Z, die keine Vorfahren von W sind):
  $$\begin{aligned} & P(Y = y | \mathrm{do}(X = x), \mathrm{do}(Z = z), W = w) \\ = \; & P(Y = y | \mathrm{do}(X = x), W = w) \end{aligned}$$

Motivation Regel 1: Beobachtungen ignorieren

falls $(Y \perp\!\!\!\perp Z | X, W)$ in $G_{\overline{X}}$:

$$P(Y = y|\mathrm{do}(X = x), Z = z, W = w) = P(Y = y|\mathrm{do}(X = x), W = w)$$

Spezialfälle:

- $W = X = \emptyset$:
  $(Y \perp\!\!\!\perp Z)$ in $G_{\overline{X}} = G$ (Y und Z unabhängig),
  also $P(Y = y|Z = z) = P(Y = y)$
- (passive) Beobachtung $W \neq \emptyset$ und $X = \emptyset$:
  $(Y \perp\!\!\!\perp Z|W)$ in $G_{\overline{X}} = G$, Y und Z d-separiert,
  also $P(Y = y|Z = z, W = w) = P(Y = y|W = w)$
- keine Beobachtung $W = \emptyset$, aber Intervention $\mathrm{do}(X = x)$:
  $(Y \perp\!\!\!\perp Z)$ in $G_{\overline{X}}$,
  also $P(Y = y|\mathrm{do}(X = x), Z = z) = P(Y = y|\mathrm{do}(X = x))$

Regel 1 oben ist Kombination dieser Fälle

Ableitungen

Ableitung im do-Kalkül auf eine Anfrage Q:
schrittweise Umformung von Q durch die Regeln, bis Ausdruck kein $\mathrm{do}(x)$ mehr enthält

Ergebnis bei erfolgreicher Ableitung:
Schätzfunktion für Q anhand der beobachteten Daten