

# Was bisher geschah

- ▶ Aufgaben maschineller Bildverarbeitung:  
Transformation, Analyse, Interpretation  
(, Erzeugung, Wiedergabe) digitaler Bilder

- ▶ digitale Bilder:

- ▶ Funktion  $B : \text{pos} \rightarrow \text{col}$
- ▶ Matrix  $B \in \text{col}^{\text{pos}}$

mit den Mengen

- ▶ pos von Positionen (Adressen)
- ▶ col von Farben, Intensitäten

- ▶ Orts- und Kontrastauflösung

- ▶ Farbmodelle

- ▶ statistische Merkmale (Bildanalyse)

- ▶ Bild  $\mapsto$  Wert: Extrema, Mittelwerte, Abweichung, Entropie
- ▶ Bild  $\mapsto$  Funktion  $\text{col} \rightarrow \mathbb{N}$ :  
Histogramme, kumulierte Histogramme,
- ▶ Linien- und Bereichsprofile, Co-occurrence-Matrix

und ihre Aussagen über das Bild

# Bildbearbeitung durch Punktoperationen

**Punktoperation** zwischen verschiedenen Farbbereichen

Funktion  $f : \text{col}_1 \rightarrow \text{col}_2$

(neuer) Wert **eines** Pixels

nur abhängig vom (alten) Wert **dieses** Pixels

Fortsetzung  $f : \text{col}_1^{\text{pos}} \rightarrow \text{col}_2^{\text{pos}}$  der Funktion  $f$  auf Bilder durch **punktweise** Anwendung

$$\forall p \in \text{pos} : f(B)(p) = f(B(p))$$

Beispiel:

$$f : \{3, \dots, 6\} \rightarrow \{0, \dots, 7\} \quad \text{mit} \quad f(x) = \frac{7(x-3)}{3}$$

$$f \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(4) & f(5) \\ f(3) & f(4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} & \frac{14}{3} \\ 0 & \frac{7}{3} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

## Punktoperationen – Beispiele

- ▶ Transformation von RGB ( $\text{col}_1 = \{0, \dots, 255\}^3$ ) in Graustufenintensität ( $\text{col}_2 = \{0, \dots, 255\}$ )  
 $f : \{0, \dots, 255\}^3 \rightarrow \{0, \dots, 255\}$  mit  
 $\forall (r, g, b) \in \text{col}_1 : f(r, g, b) = (r + g + b)/3$   
bzw.  $\forall (r, g, b) \in \text{col}_1 : f(r, g, b) = 0.299r + 0.587g + 0.114b$
- ▶ Umrechnung 8-Bit-Intensität ( $\text{col}_1 = \{0, \dots, 255\}$ ) in relative Intensität ( $\text{col}_2 = [0, 1]$ ) in  
 $f : \{0, \dots, 255\} \rightarrow [0, 1]$  mit  $\forall c \in \text{col}_1 : f(c) = c/255$
- ▶ Falschfarbendarstellung von Intensitäten (z.B. für Infrarot-, Tiefeninformation)

$$f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]^3 \quad \text{mit} \quad f(x) = \left( \underbrace{\sqrt{x}}_r, \underbrace{x^3}_g, \underbrace{\sin(2\pi x)}_b \right)$$

- ▶ nachträgliche Colorierung von Grauwertbildern  
z.B. <http://richzhang.github.io/colorization>
- ▶ Transformationen für  $\text{col}_1 = \text{col}_2$  (gleicher Farbbereich)  
meist zur Kontrasterhöhung oder Invertierung

# Prominente Punktoperationen

z.B. zur Bildverbesserung durch Kontrasterhöhung

- ▶ lineare Funktionen (Kontrast- und Helligkeitsänderung)

$$f(c) = ac + b \quad f(c) = \max(\text{col}) - ac + b$$

- ▶ Stufenfunktionen (stückweise konstant),  
Abbildung auf weniger Werte  
Spezialfall Binarisierung mit Schwellwert  $\theta \in \text{col}$

$$f(c) = \begin{cases} 1 & \text{falls } c \geq \theta \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- ▶ weitere nichtlineare Funktionen, z.B.

$$f(c) = \frac{c^2}{\max(\text{col})} \quad f(c) = \sqrt{c \max(\text{col})}$$

# Histogrammspreizung (-normalisierung)

gegeben:  $B \in \text{col}^{\text{pos}}$  ( und evtl. Auswahl  $\text{pos}' \subseteq \text{pos}$ )

punktweise Anwendung der (linearen) Punktoperation  
 $f : \text{col} \rightarrow \text{col}$  mit

$$f(c) = (c - \min(B)) \frac{\max(\text{col}) - \min(\text{col})}{\max(B) - \min(B)} + \min(\text{col})$$

sorgt für volles Ausschöpfen der gesamten Intensitätsskala

Clipping:

Ignorieren (häufig informationsarmer) Bereiche  
sehr geringer ( $< \theta_1$ ) und sehr hoher ( $> \theta_2$ ) Intensitäten durch  
Histogrammspreizung des Farbbereiches  $[\theta_1, \theta_2]$

# Histogrammausgleich (-äqualisierung)

gegeben:  $B \in \text{col}^{\text{pos}}$ ,  
Auswahl  $\text{pos}' \subseteq \text{pos}$  von Positionen im Bild  $B$

Punktoperation  $f : \text{col} \rightarrow \text{col}$  mit

$$f(c) = (\max(\text{col}) - \min(\text{col})) \frac{|\{p \in \text{pos} \mid B(p) \leq c\}|}{|\text{pos}|}$$

sorgt für

- ▶ annähernd konstantes Histogramm
- ▶ annähernd lineares kumulatives Histogramm
- ▶ ähnlich häufiges Auftreten aller Intensitäten

# Posterizing

Abbildung auf vorgegebene Anzahl  $k'$  von Intensitätsstufen  
(häufig geringer als Anzahl der Intensitätsstufen des  
Originalbildes)

gegeben:  $B \in \{0, \dots, k\}^{\text{pos}}$

gesucht:  $B' \in \{0, \dots, k'\}^{\text{pos}}$

durch Stufenfunktion mit  $k'$  Schwellwerten  $\theta_i \in \{1, \dots, k'\}$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{falls } x < \theta_1 \\ 1 & \text{falls } \theta_1 \leq x < \theta_2 \\ \vdots & \\ k' & \text{falls } \theta_{k'-1} \leq x \leq \theta_{k'} \end{cases}$$

# Binarisierung

Abbildung von Bildern mit Wertebereich  $\text{col} = \{0, \dots, k\}$   
(Intensitäten)

auf Schwarz-weiß-Bilder (mit Wertebereich  $\text{col}' = \{0, 1\}$ )

gegeben:  $B \in \{0, \dots, k\}^{\text{pos}}$

gesucht:  $B' \in \{0, 1\}^{\text{pos}}$

abhängig von einem Schwellwert  $\theta \in \text{col}$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } x \geq \theta \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

oder abhängig von zwei Schwellwerten  $\theta_1, \theta_2 \in \text{col}$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{falls } \theta_1 < x \leq \theta_2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

# Schwellwertbestimmung

- ▶ mittlerer Grauwert  $\theta = \text{avg}(B)$
- ▶ bei bekanntem prozentuaalem Anteil  $p\%$  der (angenommen helleren) Objektpunkte:  
Auswahl des maximalen  $\theta$  mit  $\sum_{c < \theta} h(B, c) \leq 1 - p/100$
- ▶ bei bimodalen Histogrammen:  
 $\theta =$  lokales Minimum zwischen beiden Maxima
- ▶ Schwellwertberechnung nach Otsu

## **adaptive** Schwellwertberechnung

verschiedene Schwellwerte für verschiedene Bildbereiche anhand lokaler Merkmale (z.B. avg, med) der Bildbereiche

# Schwelldwertbestimmung nach Otsu

- ▶ Jeder Schwellwert  $\theta \in \text{col}$  zerlegt  $\text{col}$  in zwei Farbbereiche.
  - ▶  $\text{col}_{<\theta} = \{c \in \text{col} \mid c < \theta\}$  (Hintergrund)
  - ▶  $\text{col}_{\geq\theta} = \{c \in \text{col} \mid c \geq \theta\}$  (Vordergrund)

- ▶ statistische Größen dieser beiden Farbbereiche innerhalb  $B$ :

- ▶ Auftrittswahrscheinlichkeit

$$p_{<\theta}(B) = \sum_{c \in \text{col}_{<\theta}} h(B, c) = \frac{|\{p \in \text{pos} \mid B(p) < \theta\}|}{|\text{pos}|}$$

- ▶ Mittelwert  $\text{avg}_{<\theta}(B) = \frac{1}{p_{<\theta}(B)} \sum_{c < \theta} c \cdot h(B, c)$

- ▶ Varianz  $\sigma_{<\theta}^2(B) = \frac{1}{p_{<\theta}(B)} \sum_{c < \theta} (h(B, c)(c - \text{avg}_{<\theta}(B))^2)$

- ▶ gesucht:  $\theta$  mit beiden folgenden Eigenschaften

- ▶ minimale Varianz innerhalb der Klassen

$$\sigma_{\theta, W}^2(B) = p_{<\theta}(B)\sigma_{<\theta}^2(B) + p_{\geq\theta}(B)\sigma_{\geq\theta}^2(B)$$

- ▶ maximale between-class-Varianz

$$\sigma_{\theta, B}^2(B) = p_{<\theta}(B) (\sigma_{<\theta}^2(B) - \text{avg}(B))^2 + p_{\geq\theta}(B) (\sigma_{\geq\theta}^2(B) - \text{avg}(B))^2$$

- ▶ Für jeden Schwellwert  $\theta$  ist  $\sigma_{\theta, W}^2(B) + \sigma_{\theta, B}^2(B) = \sigma^2(B)$  konstant.  
Es existiert ein  $\theta$ , so dass  $\sigma_{\theta, W}^2(B)$  minimal und  $\sigma_{\theta, B}^2(B)$  maximal.

# Kombinationen mehrerer Bilder

Eingabe: Bilder  $B, C \in \text{col}^{\text{pos}}$

Ausgabe: Bild  $D \in \text{col}^{\text{pos}}$

Beispiele für punktweise Operationen  $f : \text{col} \times \text{col} \rightarrow \text{col}$  auf

**Binärbildern** ( $\text{col} = \{0, 1\}$ ): logische Operationen  
(Mengenoperationen)

**Grauwertbilder** ( $\text{col} = \{0, \dots, k\}$ ): arithmetische Operationen  
z.B. min, max, Differenz, Mittelwert

**Farbbildern**

- ▶ Grauwertbild-Operationen auf jeder Farbkomponente einzeln
- ▶ Transformation in andere Farbbereiche (z.B. Grauwerte) durch Operationen zur Kombination mehrerer Farbkomponenten

# Binärbilder als Mengen von Positionen

- ▶ Bild  $B : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$   
ist charakteristische Funktion der Menge aller weißen Pixel  
(meist als Vordergrund interpretiert)
- ▶ Bild  $B$  repräsentiert die Menge  $B^{-1}(1)$  (Urbild von 1)  
 $B \sim B^{-1}(1)$
- ▶ Transformation von  $B$  durch Anwendung von  
Mengenoperationen auf  $B$

$$B = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \sim \left\{ \begin{array}{l} (0, 1), (0, 2), (0, 3), \\ (1, 2), (1, 3), (2, 2), \\ (2, 3), (3, 1), (4, 1) \end{array} \right\}$$

# Mengenoperationen auf Binärbildern

**Komplement** eines Bildes  $B : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$ :  
 $\bar{B} : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$  mit  $\bar{B} \sim \bar{B}^{-1}(1) = B^{-1}(0)$   
punktweise:

$$\forall p \in \text{pos} : \bar{B}(p) = \neg B(p) = 1 - B(p)$$

(Farb-Invertierung)

**Vereinigung** zweier Bilder  $B, C : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$   
 $(B \cup C) : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$  mit  
 $(B \cup C) \sim B^{-1}(1) \cup C^{-1}(1) = \{p \in \text{pos} \mid B(p) = 1 \vee C(p) = 1\}$   
punktweise:

$$\forall p \in \text{pos} : (B \cup C)(p) = B(p) \vee C(p) = \max(B(p), C(p))$$

**Schnitt** zweier Bilder  $B, C : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$   
 $(B \cap C) : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$  mit  
 $(B \cap C) \sim B^{-1}(1) \cap C^{-1}(1) = \{p \in \text{pos} \mid B(p) = 1 \wedge C(p) = 1\}$   
punktweise:

$$\forall p \in \text{pos} : (B \cap C)(p) = B(p) \wedge C(p) = \min(B(p), C(p))$$

# Mengenoperationen auf Binärbildern

**Differenz** zweier Bilder  $B, C : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$

$(B \setminus C) : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$  mit

$$\begin{aligned}(B \setminus C) &\sim B^{-1}(1) \setminus C^{-1}(1) \\ &= \{p \in \text{pos} \mid B(p) = 1 \wedge C(p) = 0\}\end{aligned}$$

punktweise:

$$\forall p \in \text{pos} : (B \setminus C)(p) = B(p) \wedge \neg C(p) = \min(B(p), 1 - C(p))$$

**Symmetrische Differenz** zweier Bilder  $B, C : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$

$(B \Delta C) : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$  mit

$$\begin{aligned}(B \Delta C) &\sim (B \cup C) \setminus (B \cap C) = (B \setminus C) \cup (C \setminus B) \\ &= \{p \in \text{pos} \mid B(p) = 1 \text{ XOR } C(p) = 0\}\end{aligned}$$

punktweise:

$$\begin{aligned}\forall p \in \text{pos} : (B \Delta C)(p) &= B(p) \text{ XOR } C(p) \\ &= (B(p) + C(p)) \pmod 2\end{aligned}$$

# Arithmetische Operationen auf Grauwertbildern

gegeben:  $B, C \in \text{col}^{\text{pos}}$  mit  $\text{col} = \{0, \dots, k\} \subset \mathbb{N}$

typische Punktoperationen:

$\forall B, C \in \text{col}^{\text{pos}} \forall p \in \text{pos}$

- ▶ Differenz  $(B - C)(p) = B(p) - C(p)$   
zum Vergleich von Bildern, Hintergrund-Entfernung,  
Bewegungsdetektion  
häufig auch  $\max(B(p) - C(p), 0)$  zur Vermeidung negativer  
Farbwerte
- ▶ Mittelwert mehrerer Bilder  $\text{avg}(B_1, \dots, B_n)(p) = \frac{\sum_{i=1}^n B_i(p)}{n}$   
zur Entfernung zufälliger Störungen, Entrauschen
- ▶ Addition  $(B + C)(p) = B(p) + C(p)$   
häufig auch  $\min(B(p) + C(p), \max(\text{col}))$  zur Vermeidung  
von Werten außerhalb des Farbbereiches
- ▶ Multiplikation  $(BC)(p) = B(p)C(p)$   
Verhältnis  $(B/C)(p) = B(p)/C(p)$