

Was bisher geschah

- ▶ digitale Bilder $B : \text{pos} \rightarrow \text{col}$
- ▶ statistische Merkmale (Bildanalyse)
- ▶ Punktoperationen $f : \text{col}_1 \rightarrow \text{col}_2$ (Farbtransformation)
- ▶ Geometrische Transformationen $f : \text{pos}_1 \rightarrow \text{pos}_2$
- ▶ Interpolation der Intensitäten
- ▶ Digitalisierung (Abtastung) von 1D- und 2D-Signalen
- ▶ Faltung von Signalen (Funktionen)
- ▶ Fourier-Transformierte / inverse Fourier-Transformierte
- ▶ Operationen im Frequenzbereich, Filter
- ▶ Morphologische Operationen auf Binärbildern:
Erosion, Dilatation, Opening, Closing

Hit-or-Miss-Transformation auf Binärbildern

Ziel:

Identifizierung von im Bild vorkommenden Pixelmustern mit Toleranz, z.B. Linien der Länge von ... bis ...

Idee: Schnitt von

1. Erosion des Bildes mit Positiv-Maske M_1 zur Beseitigung aller zu kleinen Vordergrund-Regionen (Hit-Transformation)
2. Erosion des invertierten Bildes mit Negativ-Maske (Umriss) M_2 zur Beseitigung aller zu großen Vordergrund-Regionen (Miss-Transformation)

gegeben: $B : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$

Strukturelemente $M_1 : \text{pos}_1 \rightarrow \{0, 1\}$,

$M_2 : \text{pos}_2 \rightarrow \{0, 1\}$ mit $M_1 \cap M_2 = \emptyset$

Hit-or-Miss-Transformation:

$$B \otimes (M_1, M_2) = (B \ominus M_1) \cap (\overline{B} \ominus M_2)$$

Beispiel

 $B =$

0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	0	0	1	0
0	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	0	0	0	0

 $M_1 =$

0	0	0	0
0	1	1	0
0	0	0	0

 $B \ominus M_1 =$

0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	1	1	0	0
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0

 $\bar{B} =$

1	1	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	1	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

 $M_2 =$

0	1	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0

 $\bar{B} \ominus M_2 =$

1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
1	0	0	0	1
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	1	0	0
1	0	0	0	1

(hier mit Randfortsetzung in B durch 0 und $\bar{B}$ durch 1)

$$B \otimes (M_1, M_2) = (B \ominus M_1) \cap (\bar{B} \ominus M_2) = \{(6, 2)\}$$

Hit-or-Miss-Transformation

Hit-or-Miss-Transformation:

$$\begin{aligned} B \otimes (M_1, M_2) &= (B \ominus M_1) \cap (\overline{B} \ominus M_2) \\ &= (B \ominus M_1) \cap \overline{B \oplus M_2} \end{aligned}$$

Zusammenfassung von

- ▶ Hit-Maske $M_1 : \text{pos}' \rightarrow \{0, 1\}$ und
- ▶ Miss-Maske $M_2 : \text{pos}' \rightarrow \{0, 1\}$

mit $\text{pos}' = \{-m, \dots, m\} \times \{-n, \dots, n\}$

(gleiche Größe, ggf. um 0 erweitern)

zu spezieller Hit-or-Miss-Maske $M : \text{pos}' \rightarrow \{0, 1, *\}$ möglich:

$$\forall p \in \text{pos}' : M(p) = \begin{cases} M_1(p) & , \text{ falls } M_2(p) = 1 - M_1(p) \\ * & , \text{ sonst} \end{cases}$$

Hit-or-Miss-Transformation – Beispiel

$$M_1 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \textcolor{red}{1} & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$M_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & \textcolor{red}{0} & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$M = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & * \\ \hline * & \textcolor{red}{1} & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & * \\ \hline \end{array}$$

$$B = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$B \otimes M = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

(hier mit Randfortsetzung in B durch 0)

Hit-or-Miss-Transformation

ermöglicht Erkennung spezieller Strukturen im Bild, z.B.

$$M_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \text{isolierte Punkte}$$

$$M_2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \text{untere rechte Ecken}$$

$$M_3 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & * & 1 \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & * & 1 \\ \hline \end{array} \quad \text{linker Rand, Zusammenhang-erhaltend}$$

$$M_4 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & * \\ \hline 1 & 0 & * \\ \hline 1 & * & 0 \\ \hline \end{array} \quad \text{Thickening: } B \cup (B \otimes M) \quad (\text{konvexe Hülle})$$

$$M_5 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & * & * \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad \text{untere Endpunkte}$$

Wirkung morphologischer Operationen

gegeben: Bild $B : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$

Strukturelement $M : \text{pos}' \rightarrow \{0, 1\}$,

(markiert relevante Pixel)

Erosion: Abtragung (Verkleinerung der Vordergrund-Regionen)
Minimum über alle relevanten Pixel

Dilatation: Anlagerung (Vergrößerung der Vordergrund-Regionen)
Maximum über alle relevanten Pixel

Opening: morphologisches Öffnen,

1. Entfernen kleiner Vordergrundobjekte
2. Wiederherstellung der größeren Objekte

auch zum Finden von Regionen bestimmter Form

Closing: morphologisches Schließen

1. Entfernen kleiner Vordergrund-Störungen
2. Wiederherstellung des Vordergrund ohne Störung

Hit-or-Miss: Finden von Regionen bestimmter Form
mit Toleranzbereich

Regionen im Bild

Region $R \subseteq \text{pos}$ im Bild $B : \text{pos} \rightarrow \{0, 1\}$

(bzgl. einer Nachbarschaft zusammenhängend)

Annahmen:

- ▶ jede Region hat eine Bedeutung,
- ▶ Positionen in einer Region gehören zur selben Bedeutung

Erkennung von Regionen (semantische Einheiten) durch

Gemeinsamkeiten aller Positionen(-gruppen) innerhalb der
Region, z.B. Intensität, Farbe, Textur

Unterschieden zwischen benachbarten Positionen(-gruppen),
Erkennung der Grenzen der Region

Merkmale von Regionen R :

Kontur $K(R)$: Menge der Randpixel
(verschiedene Codierungen,
z.B. Freeman-Kettencode, Differential-Code)

Skelett $S(R)$: topologieerhaltendes Bild aus
Linien von 1 Pixel Dicke

Beschreibung von Regionen

Darstellung als

- ▶ Menge aller zur Region gehörenden Positionen
- ▶ Kontur (Positionen am Rand der Region)
- ▶ Skelett (zentrale Positionen der Region)

Verfahren zur Erkennung zusammenhängender Regionen

Menge von Positionen:

1. Schwellwert-Verfahren,
2. Identifikation zusammenhängender Positionsmengen

Kontur: Konturbestimmung

Skelett: Skelettierung

morphologische Operationen hilfreich

Konturen von Regionen

Region $R \subseteq \text{pos}$

Rand (Kontur) von R :

$K(R)$ Menge aller Positionen $p \in \text{pos}$ mit

1. $p \in R$ und
2. in der (geeignet definierten) Nachbarschaft von p existiert (wenigstens) ein q mit $q \notin R$

Rand in

- ▶ 4-Nachbarschaft:
geschlossener Pfad in 8-Nachbarschaft
- ▶ 8-Nachbarschaft:
geschlossener Pfad in 4-Nachbarschaft

Konturbestimmung

$$K = B \setminus (B \ominus M) = B \cap \overline{B \ominus M}$$

Beispiel:

Bestimmung des Randes in 4- bzw. 8-Nachbarschaft durch

1. Erosion mit Strukturelement

$$M_4 =$$

0	1	0
1	1	1
0	1	0

$$M_8 =$$

1	1	1
1	1	1
1	1	1

(entfernt alle Pixel, deren 4- bzw. 8-Nachbarschaft wenigstens einen Punkt außerhalb der Region enthält)

2. Differenz zwischen Original- und erodiertem Bild enthält genau alle Randpunkte (innerhalb der Region)

analog lässt sich definieren:

Randpunkte außerhalb der Region

$$K' = (B \oplus M) \setminus B = (B \oplus M) \cap \overline{B}$$

Konturbestimmung – Beispiel

$$B = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$B \ominus M_4 = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 \\ \hline 0 & \mathbf{0} & 1 & 1 & 1 & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & \mathbf{0} & 1 & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 1 & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$B \setminus (B \ominus M_4) = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Abstände zwischen Positionen

Abstandsfunktion $d : \text{pos} \rightarrow \mathbb{R}$ mit den Eigenschaften:

- ▶ $\forall p, q \in \text{pos} : d(p, q) = 0 \text{ gdw. } p = q$
- ▶ $\forall p, q \in \text{pos} : d(p, q) = d(q, p)$ (kommutativ)
- ▶ $\forall p, q, r \in \text{pos} : d(p, q) + d(q, r) \geq d(p, r)$ (Dreiecksungleichung)

Beispiele: für $\text{pos} = \{0, \dots, m\} \times \{0, \dots, n\}$ und $k \in \mathbb{N}$:

$$\forall p = (p_z, p_s), q = (q_z, q_s) \in \text{pos} : d_k(p, q) = \sqrt[k]{(p_z - q_z)^k + (p_s - q_s)^k}$$

- ▶ für $k = 2$: $d_2(p, q) = \sqrt{(p_z - q_z)^2 + (p_s - q_s)^2}$
Euklidischer Abstand
- ▶ für $k = 1$: $d_1(p, q) = |p_z - q_z| + |p_s - q_s|$
Manhattan-Metrik (minimale Anzahl der zu einem p und q verbindenden Pfad in 4-Nachbarschaft notwendigen Positionen)
- ▶ für $k \rightarrow \infty$: $d_\infty(p, q) = \max(|p_z - q_z|, |p_s - q_s|)$
Maximum-Metrik (minimale Anzahl der zu einem p und q verbindenden Pfad in 8-Nachbarschaft notwendigen Positionen)

Distanztransformation von Binärbildern

ordnet jeder Position innerhalb einer Region den kürzesten Abstand zum Rand der Region zu

(Abstand bzgl. gegebener Nachbarschaftsrelation)

Idee:

- ▶ wiederholte Erosion des Binärbildes $B \subseteq \text{pos}$
- ▶ Distanzmaß ordnet jeder Position p in einer Region $R \subseteq B^{-1}(1)$ die Anzahl der Erosionen bis zur Entfernung von p aus B zu
(geeignet definierter Mindestabstand zum Rand $K(R)$)

$d_B : \text{pos} \rightarrow \mathbb{N}$ mit

$$\forall p \in \text{pos} : d_B(p) = \begin{cases} 0 & , \text{ falls } p \notin B \\ 1 & , \text{ falls } p \in B \setminus B \ominus M \\ \vdots & \\ k+1 & , \text{ falls } p \in B(\ominus M)^k \setminus B(\ominus M)^{k+1} \end{cases}$$

übliche Visualisierung: Distanzbild

Intensität von $p \in B$ umgekehrt proportional zu $d_B(p)$

Distanztransformation – Beispiel

	×	×	×	×				×	×	×	×	×	
	×	×	×	×	×	×			×	×			
		×	×	×	×	×		×	×	×			
	×	×	×	×	×		×	×	×	×			
	×	×	×	×					×	×			

0	1	0
1	1	1
0	1	0

	1	1	1	1				1	1	1	1	1	
	1	2	2	2	1	1			1	1			
		1	2	3	2	1		1	2	1			
	1	2	2	2	1		1	1	2	1			
	1	1	1	1					1	1			

Skelette von Regionen

Ziel:

Reduktion der Vordergrundregionen zu Linien unter Beibehaltung wichtiger topologischer Merkmale (z.B. Zusammenhang, Löcher)

Anwendungen zur Beschreibung von Regionen, für die das Vorhandensein von „Linien“ relevant ist, deren Breite jedoch nicht

z.B. Straßen-, Gesten-, Zeichenerkennung (OCR)

Skelett von Regionen – Anforderungen

- ▶ Skelett ist Teilmenge der Region
- ▶ Erhaltung der Zusammenhangseigenschaften der Region
- ▶ Skelett ist minimal, d.h. keine weiteren Punkte können entfernt werden, ohne Zusammenhang zu zerstören
- ▶ bevorzugt Mittelachsen M der Vordergrundregionen (gleicher Abstand zu den nächsten Randpunkten)

Skelettierung – Idee

- ▶ mehrfach wiederholtes Entfernen von (weißen Vordergrund-) Positionen, bis nur noch Skelett weiß
- ▶ nur Entfernung der Punkte, die nicht zum Skelett gehören
- ▶ Identifikation typischer Pixelmuster für Skelettlinien (Enden, Verzweigungen von Linien von 1 Pixel Breite)
- ▶ Identifikation typischer Pixelmuster (Enden, Verzweigungen) für Linien größerer Breite
- ▶ Hit-or-Miss-Transformation mit geeigneten Strukturelementen (Pixelmustern) zur Identifikation „zu breiter“ Bereiche
- ▶ Entfernen der gefundenen Positionen aus dem Bild

Thinning (Verdünnung)

Strukturelemente zur Identifikation „zu breiter“ Bereiche

 $M_o =$

0	0	0
*	1	*
1	1	1

 $M_r =$

1	*	0
1	1	0
1	*	0

 $M_u =$

1	1	1
*	1	*
0	0	0

 $M_l =$

0	*	1
0	1	1
0	*	1

 $M_{or} =$

*	0	0
1	1	0
*	1	*

 $M_{ur} =$

*	1	*
1	1	0
*	0	0

 $M_{ul} =$

*	1	*
0	1	1
0	0	*

 $M_{ol} =$

0	0	*
0	1	1
*	1	*

Thinning:

Wiederholte Folge dieser 8 Hit-or-Miss-Transformationen nacheinander (4 achsenparallel und 4 diagonal) zur Entfernung von Randpositionen ohne Verletzung des Zusammenhanges

Thinning – Schritte

gegeben: Region $R \subseteq \text{pos}$

Verfahren:

- ▶ in jedem Schritt:
für jede der 8 Hit-or-Miss-Masken M_i (nacheinander):
 1. Hit-or-Miss-Transformation: $(B \otimes M_i)$
 2. passende Bereiche aus B entfernen: $B \setminus (B \otimes M_i)$
- ▶ Verfahren endet, wenn in einem Schritt
(Anwendung aller 8 Hit-or-Miss-Transformationen)
kein Pixel geändert wurde

mögliche Vor- und Nachbereitung:

- ▶ vor Beginn: Distanztransformation
(Speichern der Distanzwerte für jedes $p \in R$)
- ▶ vor Ende:
Distanzwert jedes Skelettpunktes p ist Radius des größten Kreises um p , der vollständig in B enthalten ist
- ▶ häufige Nachbearbeitung bei Skelettierung:
Entfernung von Verzweigungen an den Linienenden

Thinning – Anwendungen

- ▶ Skelettierung
- ▶ nach Detektion von Randbereichen (z.B. mit Sobel-Filter):
Verdünnung der Kanten
- ▶ Schrifterkennung

Probleme:

- ▶ empfindlich gegenüber kleinen Störungen,
z.B. Rauschen, Binarisierungsungenauigkeiten
- ▶ erzeugtes Skelett enthält kurze Ausläufer an den Enden

Thickening (Verdickung)

analog zum Thinning

Auffüllen konkaver Randbereiche durch wiederholte Anwendung einer Folge von 8 Hit-or-Miss-Transformationen, z.B.

$$\begin{array}{l} M_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & * & 0 \\ \hline 1 & 0 & * \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad M_2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & * & * \\ \hline * & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad M_3 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & * & 0 \\ \hline 1 & 0 & * \\ \hline 1 & 1 & * \\ \hline \end{array} \quad M_4 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & * & 1 \\ \hline * & 0 & 1 \\ \hline * & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \\ M_5 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 0 & * \\ \hline * & * & 0 \\ \hline \end{array} \quad M_6 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline * & 0 & 1 \\ \hline 0 & * & * \\ \hline \end{array} \quad M_7 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 1 & 1 \\ \hline * & 0 & 1 \\ \hline 0 & * & 1 \\ \hline \end{array} \quad M_8 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & * \\ \hline 1 & 0 & * \\ \hline 1 & * & 0 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Ergebnis: Approximation der konvexen Hüllen von Regionen